

VALORACIÓN HEDÓNICA DEL CANON DE ALQUILER
DE LA VIVIENDA EN CARTAGENA DE INDIAS, COLOMBIA.
AÑO 2005.

JESSICA PATRICIA MENDEZ FLOREZ*
ANTONIO JOSE OROZCO GALLO*

RESUMEN

Este documento fue diseñado como parte de un trabajo de grado para optar al título de Economistas por la universidad de Cartagena, cuyo objetivo fundamental, fue explicar los precios de la vivienda en alquiler en Cartagena de Indias para los sectores 01-02, en función de sus características con la metodología de los Precios Hedónicos. De igual forma en el trabajo se implementaron metodologías como la transformación Box-Cox y el Método de Máxima Verosimilitud, con el fin de hacer más confiable y rigurosa la investigación.

Palabras Claves: Precios Hedónicos, Transformación Box-Cox, Canon de Alquiler, Máxima Verosimilitud.

ABSTRACT

This paper was designed as part of thesis degree, in order to get the degree of Economist for the University of Cartagena, which fundamental aim was to explain the Rental Housing Price in Cartagena de Indias for the sectors 01-02, in function of its characteristics with the Hedonic Price methodology. Therefore methodology such as Box-Cox Transformation was implemented as well as Maximum Likelihood Estimator, with the aim of making this investigation more reliable and rigorous.

Keywords: Hedonic Prices, Box-Cox Transformation, Rental Housing Price, Maximum Likelihood Estimator.

* Economistas, Programa de Economía, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Cartagena.

Correos electrónicos: mendezflorez@hotmail.com; tony_knoxville7@hotmail.com.

INTRODUCCIÓN

La vivienda constituye un factor importante dentro de la economía colombiana, en vista de que representa una ponderación equivalente al 29.5% del IPC, en donde el rubro de los arriendos, un servicio no transable, tiene un peso del 20% aproximadamente en la canasta del consumidor.

Un método importante para estimar de manera precisa la valorización de los predios es mediante la teoría de Precios Hedónicos, la cual reúne el conjunto de características estructurales, de localización y de entorno que determinan estos precios. En este sentido el objetivo de este trabajo fue el de estimar el valor de los arriendos incluyendo las características fundamentales según el modelo de Precios Hedónicos, el cual fue trabajado mediante la metodología Box-Cox, y en donde los aspectos tenidos en cuenta dentro de los atributos del valor de los arriendos son independientes y diferentes de los atributos del valor comercial y de los costos de construcción de los predios, lo cual generó una mejor capacidad estimativa del modelo.

En este trabajo se tuvo en cuenta solo la vivienda en alquiler, cuyo contrato se da por medio de inmobiliarias adscritas a la Entidad de Lonjas de Cartagena Fedelonjas y que comprenden solo un segmento socioeconómico de la ciudad, para ello se hizo uso de la información suministrada por el Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), la entidad lonjas de Cartagena (Fedelonjas) y el Establecimiento Público Ambiental (EPA).

Este documento está organizado de la siguiente manera: después de esta introducción se comenta acerca de la revisión literaria de este estudio. Luego se describe brevemente el marco teórico de la investigación. Posteriormente se enfatiza en el marco empírico que abarca el proyecto. Para la siguiente sección se desarrolla la estimación del modelo en cuanto al análisis descriptivo de las variables, la descripción de estas y el modelo econométrico. Después de esta sección se describen los efectos marginales del modelo correctamente desarrollado y finalmente se comentan las conclusiones donde se resumen los aspectos más importantes y relevantes del estudio.

REVISION DE LA LITERATURA

El mercado de vivienda como se sabe es un mercado complejo y heterogéneo, por tal motivo a lo largo de los años se han llevado a cabo una serie de estudios para poder comprender su comportamiento y hacer análisis profundos del mismo.

Palmquist, Raymond (1984). Realizó un estudio donde estimó las demandas de las características más importantes de la vivienda, utilizando técnicas que evitan los problemas de identificación y endogeneidad por medio del uso de datos de un número de ciudades, haciendo posible identificar las curvas de demanda sin imponer supuestos arbitrarios; donde obtuvo buenos cálculos de la ecuación de demanda, y los coeficientes tuvieron los signos y magnitudes esperados junto con una alta significancia estadística de estos.

Un estudio destacado dentro de la metodología de Precios Hedónicos, utilizando la Transformación Box-Cox, es el realizado por Quigley y Rubinfeld (1989). Donde establecieron que el tamaño y disposición de los cuartos, baños, patios, etc. Proveen satisfacción directa al consumidor. En contraste, muebles, aires acondicionados y aislamiento son insumos que cuando se combinan con combustible, energía y las condiciones climáticas locales producen el confort climático disfrutado en el consumo final, por lo tanto, la decisión de adquirir una vivienda en particular requiere la selección de un vector de atributos con un precio compuesto. Uno de sus resultados sobresalientes fue que las viviendas localizadas en climas más templados son sustancialmente más costosas que aquellas que están en lugares fríos o calientes.

Jansson, Axel (2000). Realizó un estudio acerca de la función de Precios Hedónicos de viviendas con la aplicación del modelo Box-Cox a los precios de vivienda de la ciudad de Catamarca-Argentina; para llevar a cabo tal estudio se utilizó una encuesta proporcionada por el Ministerio de Obras Públicas de la ciudad de Catamarca en Argentina y 13 de los 24 atributos recolectados lograron explicar de manera eficiente los precios de la vivienda, en donde se destacan los metros cuadrados en construcción, edad (años de vivienda), número de cuartos, red de acueducto y

alcantarillado, red de gas, calle pavimentada, distancia a parque o plaza, distancia al centro, entre otros.

La metodología de Precios Hedónicos no es ajena a nuestro país Colombia, una fuente importante es la suministrada por Jiménez, Nieves (2005) en donde realizó la construcción de tres modelos para predios comerciales, residenciales e industriales, encontrando semejanzas en los atributos estructurales del predio como determinantes del valor de construcción de estos, no obstante, para el precio de los predios residenciales el cual es de nuestra importancia, las características de localización y entorno, que fueron el estrato socioeconómico, y la condición jurídica resultaron ser de suma importancia en la determinación del valor de construcción de este tipo de predios, a pesar de que se utilizó una forma funcional lineal para su estimación.

Escobar Jaramillo, Luís Alfonso (2002), de la Universidad Del Valle realizó una investigación sobre la Valoración Hedónica de la calidad ambiental en Cali - Colombia, donde se intentaba buscar la relación entre el precio de la vivienda y las variables ambientales, las estimaciones se hicieron basadas en el modelo Box-Cox; para tal análisis se tuvo en cuenta las características estructurales de la vivienda, variables de infraestructura física y comercial, y variables ambientales representadas en accesos a áreas verdes; además se construyó un índice de calidad ambiental (ICA) por comuna, con el fin de capturar la influencia conjunta de las variables ambientales sobre el precio de las viviendas. Se concluyó de este estudio que el ICA es una variable importante a la hora de demandar vivienda y que los estratos 1 y 2 valoran más la calidad ambiental que los demás estratos.

Un trabajo con la metodología de Precios Hedónicos aplicado al mercado regional de viviendas fue realizado por Rodríguez, Mauricio (2001) el cual mostró concordancia en cuanto a los atributos estructurales, de localización y de entorno con respecto al precio de las propiedades de la ciudad de Cartagena de Indias, en donde se aplicó una forma funcional Semiparamétrica, evidenciando una vez más que los atributos de localización como el estrato y de entorno como la distancia a la playa, la bahía y la Ciénaga de la Virgen en este caso; presentan una enorme influencia sobre los precios de la propiedades

MARCO TEÓRICO

El fundamento teórico de esta investigación se basó en la teoría de Precios Hedónicos, la cual fue desarrollada por el economista Sherwin Rosen (1974). La estimación de precios hedónicos se aplica bajo el supuesto que algunos bienes en la economía se caracterizan por un grado de heterogeneidad que determina su valor, como el caso de las viviendas. Este modelo identifica la relación de los precios de los bienes complejos – como las viviendas – con la evaluación individual de los atributos, resultante del equilibrio entre oferta y demanda por cada uno de estos atributos. Esta relación entre el valor del bien en función de sus características o atributos es llamada la función de precios hedónicos.

La función de precios hedónicos, se especifica en la siguiente expresión:

$$P = P_q(S, N, Z) \quad (1)$$

Donde:

P = es el precio de la vivienda

S = es el vector de características estructurales de la vivienda.

N = es el vector de características de localización.

Z = es el vector de características ambientales del entorno.

La metodología de los modelos hedónicos supone que los consumidores derivan utilidad del consumo de un bien diferenciado como la vivienda (ya sea para adquisición propia o para alquiler), y en donde el equilibrio hedónico se determina a partir de las maximizaciones que hacen tanto consumidores como productores.

Los hogares se enfrentan a una restricción presupuestaria Y , la cual se gasta en vivienda o en el bien compuesto X . El gasto en vivienda es función de los Precios Hedónicos de la vivienda $P(S, N, Z)$, los hogares que consumen vivienda también tienen un vector a de características socioeconómicas. Así las preferencias de los hogares están representadas por una función de utilidad:

$$U(S, N, Z, X; \alpha) \quad (2)$$

El problema de maximización de utilidad de los hogares restringidos por su nivel de ingresos es:

$$\text{Max}_{S,N,Z,X} U(S, N, Z, X; \alpha); \text{ s.a. } Y = XP_x + qP_q(S, N, Z) \quad (3)$$

De este problema obtenemos la función de demanda $q_D(S, N, Z, y, u; a)$ del consumidor, la cual representa la Disposición a Pagar (DAP) de un consumidor por un producto con el vector de características S, N o Z , dadas unas variables para el ingreso y un cierto nivel de utilidad.

Por su parte, los productores deben escoger tanto el tipo como la cantidad de casas o apartamentos que ellos producen. La función de costos del productor se puede representar como:

$$C(S, N, Z, H, \beta) \quad (4)$$

Donde H es el número de unidades producidas y β representa el vector de tecnología específica y de precio de factores. Así, el problema de maximización de beneficios del productor que toma el precio como dado es:

$$\text{Max}_{S,N,Z,H} \pi = HP_q(S, N, Z) - C(S, N, Z, H, \beta) \quad (5)$$

De este problema obtenemos la función de oferta $q_O(S, N, Z, H, \beta)$, la cual representa el precio unitario que un productor o vendedor de vivienda puede aceptar por una unidad de vivienda con características S y atributos N, Z .

De las condiciones de primer orden se requiere que el precio marginal para cada característica sea igual al costo marginal por unidad que aumenta la cantidad de esa característica. El nivel de producto debe balancear su precio con su costo marginal. Esto es:

$$\frac{\partial P}{\partial S_i} = \frac{\partial C}{\partial S_i} \quad (6)$$

Lo mismo se aplica para el caso de las características de localización y de entorno.

El conjunto de equilibrio se determina por la interacción entre los consumidores y los productores. En el nivel de precios donde la función de demanda $q_D(S, N, Z, y, u; a)$ es igual a la función de oferta $q_O(S, N, Z, H, \beta)$ se establecerá la función de Precios Hedónicos. Este nivel de precios establece el equilibrio permitiendo que el mercado se vacíe. La función de Precios Hedónicos representa los precios de equilibrio, dada la evaluación de cada uno de sus atributos y características, que resultan del equilibrio entre la oferta y la demanda de cada uno de ellos. Ahora es posible que exista al menos uno de estos precios que haga que la oferta y la demanda no se ajusten en condiciones de equilibrio. Esto está asociado a que el precio $P_q(S, N, Z)$ no necesariamente es una expresión lineal de la demanda, por lo tanto, pueden existir múltiples combinaciones de precios que garantizan el equilibrio. Por lo que el precio correcto en condiciones de equilibrio estaría dado por la variación marginal del precio de cada atributo cuando cambia en una unidad el atributo.

$$P_{S_i} = \frac{\partial P_{S_i}}{\partial S_i} \quad (7)$$

MARCO EMPIRÍCO

Antes de este estudio no se habían realizado investigaciones que permitieran explicar la valorización de los arriendos residenciales en la ciudad de Cartagena de Indias, por tal motivo se hizo una investigación de coyuntura regional que permitió aclarar y describir los determinantes de la valorización del canon de alquiler para los sectores 01-02 de esta ciudad. De esta forma se identificó la forma funcional del modelo, que en este caso fue por medio de la transformación Box-Cox, donde se trabajó bajo los supuestos del Método de Máxima Verosimilitud. Por su parte esta investigación fue de corte transversal lo que evitó el problema de autocorrelación entre variables. Así mismo para llevar a cabo lo anteriormente planteado se hizo uso de los softwares Stata 8 y Limdep para la estimación del modelo, y Autocad 2005 para trabajar variables como las distancias de los predios a los sitios de interés.

Para determinar la forma funcional correcta sobre como trabajar el modelo de Precios Hedónicos, se debe tener en cuenta la

trayectoria empírica sobre su aplicación, y las posibles limitaciones que este presenta enfocados para este estudio; la utilización de las formas lineales, Log-Lin, Lin-Log, Log-Log o Trans-Log no ofrecen en apariencia una adecuada interacción entre las características o atributos que influyen en la valorización de las viviendas. Por lo tanto para este estudio, la estimación de la función de Precios Hedónicos se realizó utilizando la transformación Box-Cox, la cual asume que la relación de precios en el mercado es de la forma:

$$Y^{(\lambda)} = \sum \beta_i X_{1i}^{(\lambda)} + \sum \beta_j X_{2j}^{(\lambda)} + \sum \beta_k X_k^{(\lambda)} + \varepsilon_i \quad (8)$$

Donde:

Y = Variable dependiente a explicar

X_k = Variables independientes; $K = 1, 2, \dots, k$

ε_i = Error aleatorio: $i = 1, 2, \dots, n$

λ = parámetro de transformación, el cual es definido en la estimación

β_k = parámetros que acompañan a las variables independientes $K = 1, 2, \dots, k$.

Tenemos que:

$$Y^{(\lambda)} = \frac{(Y^\lambda - 1)}{\lambda}. \text{ Cuando } \lambda \neq 0; \quad Y^{(\lambda)} = \text{Log } Y. \text{ Cuando } \lambda = 0; \quad (9)$$

$$Y^{(\lambda)} = Y. \text{ Cuando } \lambda = 1 \text{ Modelo Lineal}; \quad Y^{(\lambda)} = \frac{1}{Y}. \text{ Cuando}$$

$$\lambda = -1$$

En este estudio se utilizó el Método de Máxima Verosimilitud, donde se presumió que existen algunos λ para los que ε es normal y distribuido con media cero y varianza σ^2 . Dado esto las funciones de densidad de probabilidad de cada una de las "i" observaciones de "ε" quedaron proporcionadas por la siguiente expresión:

$$P(\varepsilon_i) = \left[\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right]^{\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{(\varepsilon_i^2)}{2\sigma^2} \right] \quad (10)$$

Donde \exp representa la función exponencial. La función de Máxima Verosimilitud esta dada entonces por:

$$L^*(\beta_k, \lambda_k, \sigma^2; X, Y) = \left[\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right]^{\frac{n}{2}} \exp \left[-\frac{(\sum \varepsilon_i^2)}{2\sigma^2} \right] \quad (11)$$

Tomando el logaritmo de ambos lados se produce la función Log-Verosimilitud:

$$\ln(L^*) = -\left(\frac{N}{2}\right) \ln \sigma^2 - \left(\frac{N}{2}\right) \ln(2\pi) - \left(\frac{1}{2\sigma^2}\right) \sum \varepsilon_i^2 \quad (12)$$

Y según la función de Precios Hedónicos la función Log-Verosimilitud queda de la siguiente forma:

$$\ln(L^*) = -\left(\frac{N}{2}\right) \ln \sigma^2 - \left(\frac{N}{2}\right) \ln(2\pi) - \left(\frac{1}{2\sigma^2}\right) \sum [y^{(i)} - \sum \beta_i X_{1i}^{(i)} - \sum \beta_i X_{2i}^{(i)} - \sum \beta_k X_k^{(i)}] \quad (13)$$

Según Spitzer (1982), cuando la función de precios hedónicos (13) es una transformación monotónica de la función (12), ambas funciones serán maximizadas para los mismos valores de sus parámetros. Una vez maximizado (13), y si se considera que los ε_i se comportan en forma normal, entonces los estimadores: β_k , λ_k y σ^2 estarían invocando la normalidad asintótica de estos.

No obstante, una de las limitaciones más importantes de la transformación Box-Cox en términos teóricos y econométricos, es que no permite la inclusión de variables que tomen valores negativos o cero, lo cual originó una dificultad en el estudio, ya que se incluyeron variables dicotómicas, las cuales tuvieron que ser transformadas para poder ser incluidas en la regresión.

ESTIMACIÓN DEL MODELO

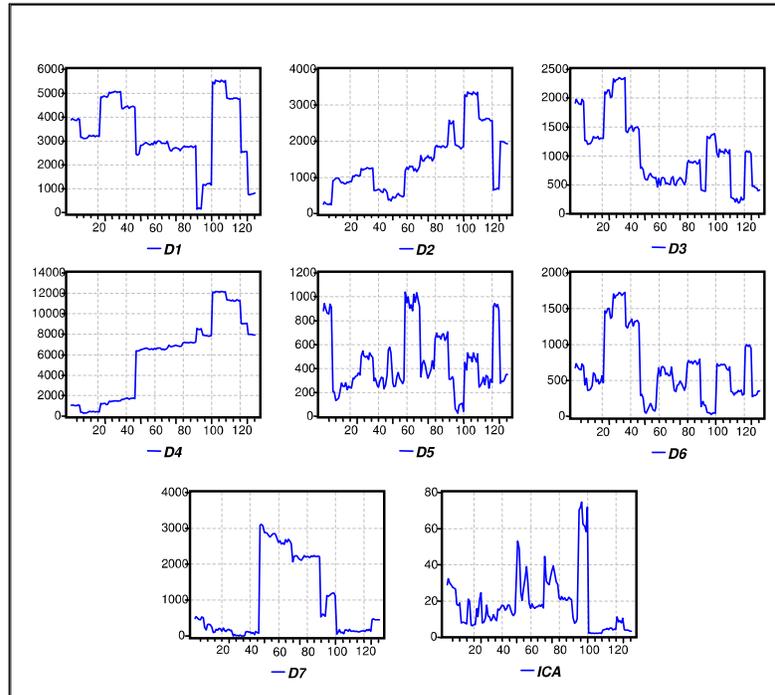
ANÁLISIS DESCRIPTIVO.

- Canon de arriendo: al ser esta la variable dependiente requirió de mucha importancia su análisis, en vista de que esta variable presentó ciertas inconsistencias estadísticas, como son altos valores en la desviación estándar y el coeficiente de curtosis (\$2.853.685 y 12.67, respectivamente), sumado a esto un coeficiente de asimetría

alto y sesgado hacia la derecha de 2.83, lo cual originó que esta variable no siguiera una distribución normal ocasionando problemas de ajustes en el modelo, esto se debió a que habían muchas diferencias estructurales entre los predios seleccionados. Debido a que la regresión sobre una variable que no siga una distribución normal, ocasionaría muy posiblemente que los residuos generados en este proceso tampoco sigan tal distribución y teniendo en cuenta la metodología utilizada que considera que los ε_i se comportan en forma normal; se hizo necesario garantizar en primera instancia una distribución normal con respecto a la media de la variable a explicar (canon). Para la solución de este problema se aplicó el Logaritmo Natural a la variable canon, lo que permitió reducir la diferencia entre sus valores, reducir la desviación estándar y generar una distribución normal de ésta, manteniéndose los supuestos del Método de Máxima Verosimilitud con el fin de obtener buenos estimadores mediante el modelo Box-Cox.

- Con respecto a las estadísticas descriptivas de las variables independientes (AT, AC, H, B, P, PIS, G, COA IGAC y E), se tuvo que todas estas variables a excepción de IGAC no siguieron una distribución normal, debido a las características de recuento (para H, B, P, PIS, G, COA y E) y las enormes diferencias estructurales de los predios (para AT y AC) en sus valores. Siguiendo con este análisis se tuvo que las variables de distancia (D2, D3, D4, D5, D6 y D7) junto con el Índice de Calidad Ambiental (ICA), no siguieron una distribución normal, a excepción de la variable D1, debido a que las variables mencionadas tienen altas desviaciones estándar y diferencias entre los valores máximos y mínimos incluyendo a D1, variable que a pesar de tener normalidad en su distribución, presentó fuertes inconsistencias en sus estadísticas. La razón de las inconsistencias estadísticas de estas variables radica en la ubicación de los predios de acuerdo a la manzanas y sus respectivos barrios; generando que en barrios de proximidad cercana como Laguito, Castillogrande y Bocagrande se mantenga cierta equivalencia en sus distancias, mientras que barrios como Crespo y Marbella presentan un contorno en sus distancias completamente diferentes a las de los barrios anteriormente mencionados, originando variables escalares o bruscos cambios reflejados en sus distancias, ver gráfica 1.

GRÁFICA 1. TENDENCIA DE LAS VARIABLES DISTANCIA E ICA



Fuente: Elaboración de los autores

En vista de esto se aplicó el logaritmo natural a las variables distancia, reduciendo significativamente los cambios bruscos que estas presentan en la muestra, evitando complicaciones de tipo econométrico en la regresión del modelo y consiguiendo para cada uno de los predios una buena aproximación de la respectiva distancia.

Descripción de las variables.

Canon: variable dependiente. Representa el canon de alquiler de la vivienda, registrado según valores comerciales tasados en el mercado de arrendamientos por inmobiliarias afiliadas a Fedelonjas.

Variables independientes:

TABLA 1. DESCRIPCIÓN VARIABLES INDEPENDIENTES

Variable	Descripción	Signo esperado		Posibles dificultades
		Teoría	Aplicaciones Empíricas	
AT	Área de terreno del predio, en m ²	Positivo	positivo	Ninguna
AC	Área construida del predio, en m ²	Positivo	positivo	Ninguna
H	Número de habitaciones en el predio	Positivo	positivo	Problemas en su signo esperado y en su significancia estadística por sus características de recuento
B ¹	Número de baños en el predio	Positivo	positivo	Problemas en su signo esperado y en su significancia estadística por sus características de recuento
P	Número de plantas del predio	No definido	negativo	Problemas en su signo esperado y en su significancia estadística por sus características de recuento
PIS ²	Tiene o no piscina (variable dicotómica)	Positivo	positivo	Problemas en su signo esperado y en su significancia estadística por sus características experimentales según la metodología
G	Tiene o no garaje (variable dicotómica)	Positivo	positivo	Problemas en su signo esperado y en su significancia estadística por sus características experimentales según la metodología
COA	Casa o apartamento (variable dicotómica)	Positivo	positivo	Problemas en su signo esperado y en su significancia estadística por sus características experimentales según la metodología
IGAC	Puntaje que asigna el IGAC al predio (1-100)	Positivo	positivo	Ninguna
E	estrato socioeconómico del predio	Positivo	positivo	Problemas en su signo esperado y en su significancia estadística por sus características de recuento

Fuente: Elaboración de los autores

¹ Nota: las variables B y P a pesar de tener una fuerte relación con las variables H y AC, son incluidas en el modelo, debido a que el objetivo principal de este, es la estimación de la función de Precios Hedónicos (atributos) para el canon de alquiler de vivienda en Cartagena.

² Nota: las variables dicotómicas se consideraron experimentales en el modelo, en virtud a que desde un principio se concertó utilizar para la estimación del modelo de Precios Hedónicos la metodología Box-Cox, la cual de por sí no permite la inclusión de variables negativas o iguales a cero. Por lo tanto, estas son variables que debieron ser transformadas y su efecto original o binario fue suplantado por un efecto experimentado.

Descripción Variables Distancia e Índice de Calidad Ambiental.

TABLA 2. DESCRIPCIÓN VARIABLES DISTANCIA E INDICE DE CALIDAD

Variable	Indicador
Distancia desde el centro de la ciudad hasta el predio (D1)	Distancia vial óptima en metros
Distancia desde el hospital más cercano hasta el predio (D2)	Distancia vial óptima en metros
Distancia desde la escuela más importante dentro del barrio hasta el predio (D3)	Distancia vial óptima en metros
Distancia desde el centro comercial más importante en la zona hasta el predio (D4)	Distancia vial óptima en metros
Distancia desde la zona de mayor concurrencia dentro del barrio hasta el predio (D5)	Distancia vial óptima en metros
Distancia desde la iglesia más cercana dentro del barrio hasta el predio (D6)	Distancia vial óptima en metros
Distancia visual desde la playa más cercana hasta el predio (D7)	Distancia visual en metros
Índice de calidad ambiental ICA (ICA). (Superficie metros ² zona verde más cercana al predio/distancia vial óptima en metros desde el predio hasta esta zona verde)	Superficies en metros ² por cada metro de distancia, hasta estas zonas verdes

Fuente: Elaboración de los autores

Modelo Econométrico:

La familia de transformación Box-Cox, puede utilizarse para especificar una relación del tipo:

$$f(Y_i) = \beta_1 + \beta_2 g(X_i) + \varepsilon_i \quad (14)$$

Así mismo los paquetes econométricos permiten estimar los siguientes modelos:

Modelo 1. $Y_i^{(\lambda)} = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad (15)$

Modelo 2. $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i}^{(\lambda)} + \dots + \beta_k X_{ki}^{(\lambda)} + \varepsilon_i \quad (16)$

Modelo3. $Y_i^{(\lambda)} = \beta_1 + \beta_2 X_{2i}^{(\lambda)} + \dots + \beta_k X_{ki}^{(\lambda)} + \varepsilon_i \quad (17)$

Modelo4. $Y_i^{(\theta)} = \beta_1 + \beta_2 X_{2i}^{(\lambda)} + \dots + \beta_k X_{ki}^{(\lambda)} + \varepsilon_i \quad (18)$

Si el valor de los parámetros λ y θ , fuesen conocidos, entonces (15), (16), (17) y (18) se convierten en modelos de regresión lineal simple, lo cual permite su estimación por el Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios, por el contrario, si λ y θ son parámetros a estimar, entonces se trata de modelos intrínsecamente no lineales. Un modo sencillo de tratar estos modelos utiliza el hecho de que, fijado un valor de λ y θ , los modelos se convierten en lineales tras un cambio de variables. Por ello, se puede obtener diversas estimaciones de los coeficientes β condicionales en valores de los parámetros λ y θ , los cuales cabe esperar que se encuentren entre -1 y 1. Aquellos valores de λ y θ para el que se obtenga una suma residual menor, junto con los valores de los β asociados, constituyen el estimador de M.C.O del modelo lineal; así mismo bajo el supuesto de Normalidad en los residuos³, serán también la estimación de Máxima Verosimilitud. Sin embargo, puesto que se efectuará un proceso de búsqueda sobre el rango de valores admisibles de los parámetros λ y θ , la matriz de covarianzas de los coeficientes β que se obtienen en la regresión condicionada que se ha seleccionado como óptima no es válida y tenderá a subestimar las verdaderas varianzas.

Como alternativa, puede considerarse la estimación de Máxima Verosimilitud, suponiendo que $\mu_i \approx N(0, \sigma_\mu^2)$, teniéndose entonces el Logaritmo de la Función de Verosimilitud:

$$\ln L = (\lambda - 1) \sum_i \ln Y_i - \frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln \sigma_\mu^2 - \frac{1}{2\sigma_\mu^2} * \sum_i [f(Y_i) - \beta_1 - \beta_2 g(X_i)]^2 \quad (19)$$

En donde si se llevase un procedimiento de búsqueda sobre λ y θ , habría que utilizar (19) como criterio a minimizar, y no simplemente la sumatoria de los residuos al cuadrado.

Este proceso es de fácil aplicación mediante el paquete econométrico Stata 8, el cual permite obtener el valor de λ y θ óptimos sin necesidad de conocimientos *a priori* sobre estos valores, que maximiza el valor de verosimilitud sin permitir que se

³ Supuesto que se presume estará presente en nuestro modelo cuando transformamos la variable independiente en logaritmos naturales para que siguiera una distribución normal y así mismo los residuos generados tras la regresión sobre esta variable.

subestime o sobrestime las verdaderas varianzas. Una vez obtenidos los óptimos escalares λ y θ por medio del software Stata 8, se correrá este mismo modelo con los escalares ya establecidos en el software Limdep, ya que este proporciona mayor información estadística acerca de las variables incluidas en el modelo, de forma que garantice la optimalidad de los parámetros que acompañan a las variables independientes y sus respectivas probabilidades, lo mismo que las probabilidades de los parámetros λ , θ y de la varianza, la cual es en últimas la que determina el buen grado de ajuste de la regresión.

En primera instancia, se estimaron los modelos con las variables originales o no transformadas, para determinar el grado de ajuste de estas regresiones y los problemas que se supuso con anterioridad sobre estos modelos, en segunda instancia, se estimaron los modelos con las variables Canon y distancias transformadas (logaritmo natural), demostrando que los 4 modelos de las variables transformadas tuvieron un mejor ajuste que los 4 modelos de las variables originales; en virtud de esto se trabajó con un nivel de confianza del 95%, en donde se establecieron como parámetros de referencia los valores de la Función de Verosimilitud, los niveles de significancia de la varianza y de los escalares lambda y theta, al igual que los niveles de significancia de los parámetros que acompañan a las variables independientes.

Como se puede observar en la tabla 3, los valores de la función de Máxima Verosimilitud de las variables originales son todos negativos en donde el de mejor ajuste es el modelo 4 aunque con una varianza no significativa; continuando con el grado de ajuste del valor de verosimilitud vemos que le sigue al anterior el modelo 3 y 1 aunque con varianzas no significativas, además de esto, se puede observar que son pocas las variables independientes que resultan significativas bajo estos 4 modelos.

Parámetros de Referencia en la selección del Modelo Box-Cox óptimo:

TABLA 3. PARÁMETROS DE REFERENCIA

Variables Originales					
	Valores Función de Verosimilitud	Variables significativas	Probabilidad Lambda	Probabilidad Theta	Probabilidad Varianza
Modelo 1	-186,999,071	Ninguna	0	–	0,4737
Modelo 2	-1943,54083	AT, AC, B, IGAC	0	–	0
Modelo 3	-1823,31282	AT, AC, IGAC, E, D1, D3, D7	0	–	0,3861
Modelo 4	-1821,62629	AT, AC, IGAC, D1, y Const.	0	0,0001	0,3983
Variables Transformadas					
	Valores función de verosimilitud	Variables significativas	Probabilidad Lambda	Probabilidad Theta	Probabilidad Varianza
Modelo 1	20,67175	Ninguna	0	–	0,7897
Modelo 2	48,24533	AT, AC, H, P, IGAC, E, LD1, LD3, LD5, LD7 y Const.	0,0081	–	0
Modelo 3	41,69559	AT, AC, H, B, P, IGAC, E, LD1, LD3, LD5, LD7, y Const.	0,0351	–	0,0036
Modelo 4	58,17023	Ninguna	0	0	0,7471

Fuente: Cálculo de los autores

Por el lado de las variables transformadas vemos que el mejor ajuste de la Función de Verosimilitud lo tiene el modelo 4 aunque ninguna variable independiente es significativa como tampoco la varianza; el modelo 1 presenta poco ajuste de acuerdo a su valor de verosimilitud ninguna variable independiente es significativa al igual que la varianza. Teniendo en cuenta las variables transformadas los modelos de mejor ajuste en cuanto al valor de la Función de Verosimilitud, la significancia de las variables independientes, de los escalares y de la varianza son los modelos 2 y 3, presentando discrepancias en su análisis, es decir, el modelo 2 se ajusta mejor en un análisis econométrico y estadístico, debido a su valor de verosimilitud y la alta significancia del escalar lambda y la varianza; mientras que en el modelo 3 el valor de verosimilitud es un poco menor al del modelo 2, y es baja la significancia de la varianza y el escalar lambda, aunque la variable B si resulta ser significativa a diferencia del modelo anterior. Ahora bien, por las

consideraciones teóricas de este estudio es más relevante el modelo que no presenta problemas econométricos y va de acuerdo con la teoría urbana, por lo tanto se escogió el modelo 3 para explicar la valoración Hedónica del canon de alquiler de la vivienda en Cartagena de Indias, ya que este no presenta inconsistencias econométricas, y al permitir que la variable B sea significativa le da un mejor soporte teórico al modelo estimado.

No obstante, existe una dificultad de procesar las variables binarias en un modelo Box-Cox, ya que este no permite valores negativos ó cero, por esta razón fue necesario transformar los valores binarios según la siguiente transformación:

Si X_i se transforma en $X_i^{(\lambda)}$ y $X_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$ entonces, X_i se debe

transformar en: $X_i = \begin{Bmatrix} 1 \\ (\lambda+1)^{\frac{1}{\lambda}} \end{Bmatrix}$. Donde $\lambda = 0.126785$.

Al correr el modelo con las variables dicotómicas ya transformadas, se obtuvo que las variables independientes H y LD3 resultaron ser no significativas al igual que λ ; así mismo λ paso de 0.126785 a -0.036368, reflejando un brusco cambio en la forma funcional de Precios Hedónicos, por tanto estas variables que en un principio eran experimentales quedan totalmente excluidas del modelo ya que en vez de aportes presentaron problemas en la regresión.

Modelo Box-Cox del Canon de Alquiler de la Vivienda en Cartagena, mediante la Función de Precios Hedónicos:

TABLA 4. MODELO DE REGRESIÓN NO LINEAL BOX-COX

Estimador de Máxima Verosimilitud Heteroscedasticidad: $W(i) = UNO$			
Número de iteraciones desarrolladas = 10			
Var. Dependiente = L _{CANON} Media = 14.3538 , E.S.= 0.8457			
Tamaño del Modelo: Obs = 131, Parámetros = 12, G. de L = 119			
Residuos: Suma residuos al cuadrado= 0.03987, E.S.= 0.01745			
Regresión: R2 = 0.9995, R2 - Ajustado = 0.9995 (Nota: No usar M.C.O. R2 no está ajustado entre [0,1])			
Test del Modelo: F [11, 119] = 25410.42, Prob valor = 0.000			
Diagnostico: Valor Máxima Verosimilitud = 344.4826			
Transformaciones: Var. Indep. = Lambda, Var. Dep. = Lambda			
Valor de la Función de Máxima Verosimilitud acorde con la transformación en la variable dependiente = 39.48471			
Variable	Coefficientes	Error Estándar	Prob.
<i>Variables transformadas por LAMBDA = 0.12549</i>			
AT	0.016325	0.002465	0.0000
AC	0.034197	0.006702	0.0000
H	0.016191	0.006348	0.0108
B	-0.011307	0.004544	0.0128
P	-0.015138	0.005127	0.0032
IGAC	0.032289	0.003590	0.0000
E	0.074589	0.007729	0.0000
LD1	-0.128863	0.019998	0.0000
LD3	0.039689	0.013685	0.0037
LD5	-0.026635	0.011208	0.0175
LD7	-0.038010	0.006799	0.0000
<i>Variables que no fueron transformadas</i>			
Constante	2.852.996	0.276420	0.0000
<i>Varianza y Escalares</i>			
Lambda	0.125491	0.056621	0.0267
Varianza	0.000304	0.000099	0.0021

Fuente: Cálculo de los autores

Con respecto a este modelo al sacar las variables no relevantes se presenta una pequeña reducción en el valor de la Función de Verosimilitud, pasando de 41.69 a 39.48, sin embargo, la significancia del escalar lambda y la varianza pasan de 0.0351 y

0.0036 a 0.0267 y 0.0021 respectivamente, reflejando una importante mejora en cuanto al grado de ajuste. Sumado a esto las significancias de las variables independientes resultan ser más altas con las variables no relevantes fuera del modelo. La ecuación regresional derivada de los valores estimados de los β y del escalar λ es la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{LCANON}(\lambda = 0.125491) = & 2.8529 + 0.01632*AT^{(\lambda = 0.125491)} + 0.03419*AC^{(\lambda = 0.125491)} + 0.01619*H^{(\lambda = 0.125491)} - 0.01130*B^{(\lambda = 0.125491)} - 0.01513*P^{(\lambda = 0.125491)} + 0.03228*IGAC^{(\lambda = 0.125491)} + 0.07458*E^{(\lambda = 0.125491)} - 0.1288*LD1^{(\lambda = 0.125491)} + 0.03968*LD3^{(\lambda = 0.125491)} - 0.02663*LD5^{(\lambda = 0.125491)} - 0.03801*LD7^{(\lambda = 0.125491)} \end{aligned}$$

Readecuando esta expresión se obtiene la siguiente ecuación regresional:

$$\begin{aligned} \text{LCANON} = & (2.8529 + 0.01632*AT^{(0.125491)} + 0.03419*AC^{(0.125491)} + 0.01619*H^{(0.125491)} - 0.01130*B^{(0.125491)} - 0.01513*P^{(0.125491)} + 0.03228*IGAC^{(0.125491)} + 0.07458*E^{(0.125491)} - 0.1288*LD1^{(0.125491)} + 0.03968*LD3^{(0.125491)} - 0.02663*LD5^{(0.125491)} - 0.03801*LD7^{(0.125491)})^{7.96899} \end{aligned}$$

El modelo antes señalado es homocedástico ya que la transformación Box-Cox permite por sí misma eliminar problemas de heterocedasticidad, del mismo modo no existe autocorrelación ya que los datos son de corte transversal y finalmente no presenta problemas de multicolinealidad. En vista de que el escalar lambda es positivo sugiere una curva creciente o Convexa en la Función de Precios Hedónicos para el canon de alquiler de la vivienda en Cartagena en el año 2005, lo cual implica una variación potencial creciente ante cambios en las variables independientes relevantes en el modelo.

En cuanto a las variables independientes significativas en el modelo, las características estructurales como era de esperarse, presentaron una correlación positiva entre el canon de arriendo y (AT), el área construida (AC), el número de habitaciones (H) y la calidad estructural de la vivienda (IGAC); no obstante, el número de baños (B), variable que se esperaba tuviera una correlación positiva con el canon, resultó contrario en cuanto al signo, hecho que puede ser explicado por la correlación de esta variable con el número de habitaciones (H), área construida (AC) y el número de

plantas (P), originando de esta forma que el efecto del número de baños, en conjunto con las otras variables mencionadas sea negativo, mientras que su efecto de forma individual pueda resultar positivo. Por otra parte el número de plantas (P), también generó un efecto negativo sobre el canon de arriendo, razón o signo que aun no esta definido en cuanto a las aplicaciones empíricas tenidas en cuenta en el proyecto⁴; motivo por el cual no se entrará en discusión sobre su signo.

Siguiendo con las variables de localización, se muestra que cuando la vivienda se ubica en un estrato (E) más alto hay una mayor valoración de las mismas, lo cual es consistente con el nivel de renta. Así mismo la regresión muestra, que tener un rápido acceso vial al centro de la ciudad (LD1) incide de manera positiva en el precio del alquiler, debido a los atributos comerciales y laborales que este ofrece. Lo contrario sucede en las distancias que separan al predio de los colegios (LD3), que de acuerdo al signo, entre más distante este el colegio del predio mayor será el canon de arriendo de este último, razón que puede ser consistente con las siguientes implicaciones:

- Vivir demasiado cerca de colegios origina problemas o disturbios de espacio público y ruidos,
- Gran parte la muestra corresponde a estratos altos, lo cual implica calidad en los servicios educacionales independientemente de la cercanía de estos, circunstancia por la cual se demandarían colegios de alta calidad y que en su mayoría se encuentran por fuera de la ciudad.

En cuanto a las variables de entorno, distancia a zonas de recreación (LD5) y distancia a la playa (LD7) los parámetros se comportaron como se esperaba teóricamente. Para el primer caso (LD5) su cercanía al predio incide positivamente sobre el valor de alquiler de la vivienda, por los atributos de generación de comercio y seguridad que este ofrece; y el segundo (LD7) por su atractivo visual, recreacional y de calidad ambiental que genera.

⁴ Para el estudio realizado por Escobar Jaramillo, Luis Alfonso en Una Valoración Hedónica de la calidad ambiental: un caso de estudio en Cali-Colombia. El parámetro que acompaña a la variable número de plantas era igual a -0.0086, presentando una relación negativa entre este y el valor de alquiler del predio.

EFECTOS MARGINALES DEL MODELO

- **Pendientes:** Por medio de este análisis se mide la variación en el valor de los arriendos, a causa de las variaciones de las características o atributos significativos en la regresión de este modelo. **Ecuación de la Pendiente:**

$$P_{X_k} = \frac{\partial LCANON}{\partial X_k}$$

- **Elasticidades precio:** Por medio de este análisis se mide la variación porcentual del canon de alquiler, ante variaciones porcentuales en las variables dependientes. **Ecuación de la Elasticidad precio:**

$$\eta_{X_k} = \left(\frac{\partial LCANON}{\partial X_k} \right) * \left(\frac{X_k}{LCANON} \right)$$

TABLA 5. PENDIENTES DE LAS CARACTERÍSTICAS RELEVANTES EN EL MODELO⁵

Por cada unidad adicional			Observaciones:
Medida	Variable	Variación promedio en el Canon de arriendo	
			AT, AC, H, IGAC y E = Se obtuvo el signo esperado de acuerdo a la teoría y las hipótesis planteadas.
Metros ²	AT	+0.0012%	B = Se obtuvo un signo no esperado de acuerdo a la teoría y las hipótesis planteadas, lo cual se debe muy posiblemente, a la fuerte relación entre el H, P y AC con respecto a esta variable.
Metros ²	AC	+0.0034%	
# de Hab	H	+0.0570%	P = A causa de no estar definido el signo de esta variable de acuerdo a la teoría, no es tan relevante el signo obtenido, lo importante es que la variable sea significativa dentro del modelo.
# de baños	B	-0.0519%	
# de pisos	P	-0.1112%	LD1, LD5 y LD7 = Muestra una relación negativa, obteniéndose el signo esperado de acuerdo a la teoría y las hipótesis planteadas.
Calificación	IGAC	+0.0107%	
Nivel	E	+0.2031%	LD3 = Muestra una relación positiva, obteniéndose un efecto no definido, en virtud de que las diferentes aplicaciones empíricas tenidas en cuenta en el proyecto no es significativa esta variable.
Porcentual	LD1	-0.2191%	
Porcentual	LD3	+0.0787%	
Porcentual	LD5	-0.0585%	
Porcentual	LD7	-0.0809%	

Fuente: Cálculo de los autores.

⁵ Interpretación para el caso de la variable AT: el canon de arriendo de la vivienda en Cartagena para el año 2005 tiene una variación promedio de 0.0012%, por cada metro² adicional en el área del terreno. Lo cual muestra una relación positiva entre el canon de alquiler y el área del terreno, obteniéndose el signo esperado de acuerdo a la teoría y las hipótesis planteadas.

TABLA 6. ELASTICIDADES PRECIO DE LAS CARACTERÍSTICAS RELEVANTES EN EL MODELO⁶

Por cada unidad porcentual adicional	Elasticidad con el Canon de arriendo	Variación en el Canon de arriendo	Observaciones:
Variable			
AT	+	0.0237%	Se obtuvo una elasticidad baja, en donde, el predio tiene precios inelásticos en respuesta a las variaciones de cada una de las variables independientes.
AC	+	0.0476%	
H	+	0.0135%	
B	-	0.0091%	
P	-	0.0114%	
IGAC	+	0.0378%	
E	+	0.0646%	
LD1	-	0.1288%	
LD3	+	0.0396%	
LD5	-	0.0266%	
LD7	-	0.0380%	

Fuente: Cálculo de los autores.

CONCLUSIONES

Se comprueba la validez de la Teoría de Precios Hedónicos para el mercado de vivienda en alquiler en Cartagena, lo cual sumado con la rigidez en la regresión y los alcances de la metodología, hace de la estimación una correcta aproximación. La transformación de las variables CANON, distancia e ICA a logaritmo natural, permitió hacer más eficientes el grado de ajuste del modelo en cuanto a los parámetros de referencia, permitiendo de esta forma una correcta explicación de la valoración hedónica del canon de alquiler de la vivienda en Cartagena de Indias. Se tuvo preferencia de la teoría ante la Econometría y estadística, en el momento de la escogencia del modelo óptimo, dándole un enfoque más descriptivo a la investigación.

La transformación de las variables binarias solo contribuyó a generar problemas en el modelo, por lo tanto se excluyeron de

⁶ Interpretación para el caso de la variable AT: el canon de arriendo de la vivienda en Cartagena para el año 2005 presenta una variación de 0.0237%, ante un aumento de 1% en el área del terreno. Lo cual muestra una relación positiva entre el canon de alquiler y este atributo. Obteniéndose una elasticidad baja, en donde, el predio tiene precios inelásticos en respuesta a las variaciones del área del terreno.

manera absoluta de este. Se obtuvo un buen grado de ajuste para las variables AT, AC, H, B, P, IGAC, E, LD1, LD3, LD5 y LD7, reflejando que estas son las variables que realmente influyen sobre el canon de arriendo y que en la actualidad no son tenidas en cuenta correctamente. La función de Precios hedónicos para la vivienda en alquiler en Cartagena resulto ser Convexa, lo cual indica estratificación por ingreso en la demanda de vivienda para alquiler. Las características estructurales relevantes presentan completa coherencia con los mismos atributos para determinar el valor de venta de un predio, pero las características de localización y entorno presentan cierta diferencia en cuanto a esos atributos para la vivienda en venta, evidenciando la enorme diferencia en los atributos relevantes en el mercado de vivienda en arriendo sobre el mercado de vivienda en venta. Las variables de localización no relevantes en el modelo resultaron ser condicionantes mas no determinantes, en la valorización del canon de arriendo. Finalmente se Obtuvieron resultados satisfactorios acorde con la teoría urbana lo que hace confiable el modelo y por tanto los procedimientos utilizados en el mismo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Azqueta, Diego. (2002): Introducción a la Economía Ambiental. España: McGraw-Hill.
- Bover, Olympia y Velilla Pilar. (2001): Precios Hedónicos de la Vivienda sin Características: El caso de las Promociones de Viviendas Nuevas. Banco de España - servicio de estudios, nº 73.
- Brañas, Garza y Rafaela Palomares. (2000): Casco Histórico de Córdoba. Análisis del precio de las Características de la Vivienda: Un Enfoque Hedónico. Actas del I Congreso de Ciencia Regional de Andalucía: pp. 543-553.
- Escobar Jaramillo, Luís Alfonso. (2002): Una Valoración Hedónica de la Calidad Ambiental: un Caso de Estudio en Cali - Colombia. Jornadas Técnicas de Ciencias Ambientales. Universidad del Valle - Colombia.
- Goodall, Brian. (1977): La Economía de las Zonas Urbanas. Madrid, España: Instituto de Administración local, departamento de Geografía. Universidad de Reading.
- Gujarati, Damodar. (2004): Econometría. Colombia: McGraw-Hill Cuarta edición.
- Jansson M., Axel. (2000): Función de Precios Hedónicos de Viviendas y Adaptación del Test Reset en Modelos No Lineales, Aplicación del Modelo Box-Cox a los Precios de las Viviendas de la Ciudad de Catamarca Argentina. Santiago de Chile: Revista semestral de la Universidad de las Americas (Pharos). Vol. 7, num. 2. (<http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/208/20807205.pdf>)
- Jaramillo Samuel, Ibáñez Marcela. (2002): Elementos para Orientar una Política Estatal sobre Alquiler de Vivienda Urbana en Colombia. Bogota, Colombia: Documento Cede 2002-14, ISSN 1657-7191 (edición electrónica). (<http://economia.uniandes.edu.co/~economia/archivos/temporal/D2002-14.PDF>)

- Jiménez Malagon, Nieves Magdalena. (2005): Formulación de los Modelos Económicos para la Estimación del Valor de Construcción de Bienes Inmuebles en Bogota con la Metodología de Precios Hedónicos. Bogota: Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia.
- Novales Cinca, Alfonso. (1993): *Econometría*. España: McGraw-Hill Segunda edición.
- Núñez Cerda, Francisco y Schovelin Surhoff Roberto. (2002): Estimación de un Modelo Hedónico para Conjuntos de Viviendas Nuevas. Chile: Universidad del bío-bío, Revista Ingeniería Industrial - Año 1, N°1 - ISSN 0717-9103.
- Palmquist, Raymond B. (1984): Estimating the Demand for the Characteristics of Housing. *Review of Economics and Statistics*. Vol. 66. Número 3. pp. 394-404.
- Pindyck Robert, Runbinfeld Daniel. (2001): *Econometría Modelos y Pronósticos*. España: Mc Graw-Hill. Cuarta edición.
- Quigley Jhon, Runbinfeld Daniel. (1989): Unobservable In Consumer Choice: Residential Energy and the Demand for Comfort. *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 71. Numero 3. pp. 416-425. <http://ideas.repec.org/a/tpr/restat/v71y1989i3p416-25.html>
- Rodríguez Gómez, Mauricio. (2001): Caracterización Hedónica del Mercado de Finca Raíz en Cartagena: Una Aproximación Semiparamétrica. *Revista Economía y Región*. Cartagena: Universidad Tecnológica de Bolívar.
- Sheppard Stephen. (1997): *Hedonic Analysis of Housing Markets*. Oberlin College. Chapter 8.
- Rosen, Sherwin (1974): Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition. *Journal of Political Economy* 82: pp. 34-55.
- Spitzer, John J. (1982): A Primer on Box-Cox Estimation. *Review of Economics and Statistics*. Vol 64. N° 5. pp 307-313.

Werner Z., Hirsch. (1997): Análisis de Economía Urbana. Madrid
España: Instituto de Estudios de Administración Local. Cap. 3.
pp. 73-119.