



How to cite this article: J. Piñeres, J. González, D. Ortiz, "Desarrollo de un software para el diseño de columnas de flotación", *Ing-Nova*, vol. *4*, no. 1, pp. 22-47, Ene. 2025. https://doi.org/10.32997/rin-2025-5184

Received: 18 de diciembre de 2024 **Accepted:** 9 de enero de 2025

Corresponding author: Jorge Luis Piñeres-Mendoza jorgepineres@mail.uniatlantico.edu.co

Editor: Miguel Ángel Mueses. Universidad de Cartagena-Colombia.

Copyright: © 2025 J. Piñeres, J. González, D. Ortiz. Este es un artículo de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la licencia <u>https://creativecommons.org/licenses/by-nc-</u> <u>nd/4.0/</u> la cual permite el uso sin restricciones, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre y cuando que el original, el autor y la fuente sean acreditados.



RESEARCH ARTICLE

Development of software for flotation column design

Jorge Piñeres Mendoza, Jheffry González Gutiérrez & Diana Ortiz Arroyo

Grupo de Investigación en Simulación de Procesos y Transformación del Carbón, Universidad del Atlántico, Carrera 30 Número 8- 49, Puerto Colombia, Atlántico, Colombia.

ABSTRACT

This article discusses the methodology and results obtained in developing a sequence for flotation column design. The research is based on the unification of the hydrodynamic model and surface chemistry involved in the flotation process; the verification of the calculation procedure authenticity is made by comparing their results with experimental results from the literature using four types of Colombian coals (Nechi, Cerrejón, Guachinte, and La Jagua). Based on the study, it was concluded that it is possible to predict the dimensioning of a flotation column according to the percentage of desired recovery and the best areas of operation, finding by the program an advance in determining the latter concerning the conventional method.

Keywords: Flotation columns; Superficial phenomenal; Colombian coal; Selective separation.

Desarrollo de un software para el diseño de columnas de flotación

RESUMEN

El presente artículo estudia la metodología utilizada y resultados obtenidos en el desarrollo de una secuencia de cálculo para el diseño de columnas de flotación. El estudio se encuentra basado en la unificación del modelo hidrodinámico y la química de superficie en el proceso de flotación, verificando la autenticidad del procedimiento de cálculo mediante la comparación de sus resultados con resultados experimentales de la literatura de cuatro tipos de carbones colombianos (Nechi, Cerrejón, Guachinte y La Jagua). Con base en el estudio realizado, se concluyó que sí es posible predecir el dimensionamiento de una columna de flotación de acuerdo al porcentaje de recuperación deseado y a las mejores zonas de operación, encontrándose un avance en cuanto a la determinación de estas últimas con respecto al método convencional.

Palabras clave: Columna flotación; Fenómenos superficiales; Carbón colombiano; Separación selectiva.



1. Introducción

Antecedentes literarios muestra que los procedimientos de cálculo realizados para el diseño de columnas de flotación han sido desarrollados con un enfoque único; los estudios realizados sobre el tema, están únicamente enfocados en el uso de los parámetros hidrodinámicos del proceso y no involucran la química de superficie con el fin de hacer más completo el proceso de diseño. A pesar de que el método actualmente utilizado para la determinación de las condiciones de operación en el proceso de flotación ha dado resultados favorables, lo cierto es que el procedimiento involucra la realización de numerosas pruebas experimentales, siendo esta una de las mayores fuentes de error en el proceso de diseño.

A pesar de la dificultad que implica el entendimiento del proceso de flotación, debido a que involucra un fenómeno de tres fases, se ha intentado desarrollar diversos modelos para la descripción fenomenológica del proceso flotación, que en su mayoría son modelos empíricos [1,2]. Algunos investigadores han intentado realizar procedimientos de diseño teniendo en cuenta los parámetros hidrodinámicos pero ignorando los parámetros de la química de superficie. Por tal motivo en el presente trabajo, se plantea el desarrollo de un procedimiento de cálculo que relacione la hidrodinámica del proceso con los fenómenos electrocinéticos para obtener el diseño de columnas de flotación.

En este estudio se desarrolla una herramienta computacional que facilita el diseño de columnas de flotación, llamado: NewColumnFlotDesign. Mediante este estudio, se pretende optimizar la búsqueda de las condiciones de operación y parámetros de diseño, a partir de la caracterización de la muestra. La validación de la secuencia se realiza mediante la confrontación de cada uno de los modelos utilizados en el nuevo concepto de diseño con resultados experimentales de cuatro tipos de carbones colombianos (Cerrejón, La Jagua, Nechi y Guachinte).

2. Modelo matemático

La secuencia de cálculo desarrollada introduce inicialmente las constantes y variables empleadas en el procedimiento de diseño. En primera instancia, es empleado el modelo para la determinación de las propiedades hidrodinámicas [1]. Posteriormente se introduce la teoría del DLVO extendido para el cálculo de la constante cinética, en donde se involucra las energías de interacción superficiales partícula-burbuja [2]. Por último, se introduce el procedimiento de diseño propuesto por Luttrell, Mankosa & Yoon [3].

El empleo del modelo hidrodinámico y superficial para el cálculo del diámetro de la burbuja y demás propiedades hidrodinámicas se emplea la aproximación de Xu & Finch [4], usando el siguiente procedimiento iterativo:

- Tomar m=3
- Estimar d_b.
- Calcular la velocidad de ascenso de la burbuja U_{sb}mediante la Ecuación 1[5]:

$$U_{\rm sb} = \frac{J_{\rm g}}{\epsilon_{\rm g}} + \frac{J_{\rm sl}}{1 - \epsilon_{\rm g}} \tag{1}$$

• Calcular el número de Reynolds a partir de la Ecuación 2:





$$Re_{b} = \frac{d_{b}U_{sb}\rho_{sl}(1-\epsilon_{g})}{\mu_{sl}}$$
(2)

• Calcular la velocidad terminal de la burbuja Ut mediante las ecuaciones 3 y 4 iterando db:

$$U_{t} = \frac{J_{g}}{\epsilon_{g}(1-\epsilon_{g})^{m}} - \frac{J_{g}+J_{sl}}{(1-\epsilon_{g})^{m}}$$
(3)

$$d_{\rm b} = \left(\frac{18\mu_{\rm f}U_{\rm t}}{g\Delta\rho}(1+0.15{\rm Re}_{\rm s}^{0.687})\right)^{1/2} \tag{4}$$

donde; Jg es la velocidad del gas, J_{sl} es la velocidad de la pulpa y ϵ_g es la fracción de aire, g es la gravedad, d_b es el diámetro de la burbuja, Δp la densidad de la pulpa menos la densidad de la burbuja y μ_{sl} viscosidad de la pulpa [1].

Una vez determinados los parámetros hidrodinámicos, se introduce la teoría DLVO extendido [2] para el cálculo de la constante cinética. Supóngase una burbuja de aire ascendiendo en condiciones laminares en una pulpa de partículas finas contenida en una columna de flotación. El proceso puede ser representado a partir de la siguiente expresión [2]:

$$\frac{dN}{dt} = -\left(\frac{3P}{4R_b}J_g\right)N = -KN$$
(5)

donde; N es la masa de las partículas flotables en la celda en un tiempo t, K es la constante de velocidad, R_b es el radio de la burbuja. En el proceso, la constante de velocidad puede reducirse a:

$$K = \frac{1}{4}S_{b}P$$
(6)

donde; S_b representa la velocidad de área superficial de la burbuja, P la probabilidad de formación del agregado partícula – burbuja.

Generalmente un proceso de flotación se divide en tres etapas:

- Formación de burbujas y transporte de partículas cerca de las burbujas.
- Formación de tres fases en contacto y adhesión de una partícula a una burbuja.
- Transporte del agregado partícula-burbuja.

Cuando la tercera etapa es concluida, es posible determinar la probabilidad de formación mediante la expresión [2]:

$$P = P_c P_a (1 - P_d) \tag{7}$$

donde; Pc es la probabilidad de colisión, Pa es la probabilidad de adhesión, después de la colisión y Pd es la probabilidad de separación. Para partículas pequeñas Pd se puede despreciar, así que P es igual al producto de Pc y Pa [6,7].



Si se considera una burbuja ascendiendo en condiciones laminares en un medio acuoso, el líquido alrededor de esta forma un número infinito de líneas de corriente, el cual puede ser representado matemáticamente por una función de corriente. Si la partícula en suspensión es lo suficientemente pequeña, su trayectoria corresponde a una línea de corriente; por tanto, una vez la trayectoria de la partícula es conocida se puede derivar una expresión para P_c .

Cuando el número de Reynolds de una burbuja es muy grande (flujo potencial) o muy pequeño (flujo Stokes), la función de corriente puede ser derivada de la ecuación de Navier-Stokes; no obstante, en la mayoría de sistemas de flotación las burbujas de aire tienen números de Reynolds que se encuentran entre estas dos condiciones límites razón por la cual no existen soluciones analíticas, razón por la cual se hace uso de una función de corriente empírica [8]:

$$\Psi = U_b R_b^2 \sin^2 \alpha \left[\frac{1}{2} x^2 - \frac{3}{4} x + \frac{1}{4x} + \frac{R e_b^{0.72}}{15} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + x - 1 \right) \right]$$
(8)

donde U_b es la velocidad de la burbuja, x es la coordenada radial, r, normalizada con el radio de la burbuja R_b, (x = r/R_b), α es la coordenada angular, y Re_b es el número de Reynolds de la burbuja.

La probabilidad de colisión Pc puede ser representada a partir de la siguiente expresión [6,7]:

$$P_{c} = \left[\frac{3}{2} + \frac{4 \operatorname{Re}_{b}^{0.72}}{15}\right] \left(\frac{R_{p}}{R_{b}}\right)^{2}$$
(9)

donde R_p es el radio de la partícula.

La probabilidad de adhesión depende principalmente de la energía de barrera que debe vencerse, E_1 y la energía cinética de adhesión E_k , la cual se expresa por la siguiente ecuación [2,8]:

$$P_{a} = \exp\left(-\frac{E_{1}}{E_{k}}\right) \tag{10}$$

donde E₁ es la energía de barrera que debe vencerse y E_k es la energía cinética de adhesión. Los valores de E_k se calculan a partir de la velocidad tangencial y radial de las partículas moviéndose alrededor de la burbuja, las cuales pueden obtenerse de la función de corriente (Ecuación 8) [2,8].

Para la determinación de E_1 se requiere información de las fuerzas de superficie que afectan las interacciones partícula – burbuja. De acuerdo con la teoría DVLO extendido, la energía total de interacción partícula – burbuja V es la suma de la energía de interacción electroestática V_e , la energía de dispersión de London Van der Waals V_d y la energía hidrofóbica V_h tal como se muestra [2]:

$$V = V_e + V_d + V_h \tag{11}$$

Considerando la partícula y la burbuja como esferas rígidas es posible utilizar la expresión de Hogg, Fuerstenau, and Healy para la V_e [9]:

$$V_{e} = \frac{\epsilon R_{p} R_{b}(\psi_{p}^{2} + \psi_{b}^{2})}{4(R_{p} + R_{b})} \left[\frac{2\psi_{p}\psi_{b}}{\psi_{p}^{2} + \psi_{b}^{2}} ln\left(\frac{1 + e^{-\kappa H}}{1 - e^{-\kappa H}}\right) + ln(1 - e^{-2\kappa H}) \right]$$
(12)

donde ϵ representa la constante dieléctrica del medio, ψ_1 y ψ_2 los potenciales de Stern de la burbuja y la partícula, los cuales se substituyen con el potencial zeta, 1/ κ la longitud de Debye y H la distancia de separación entre las partículas y las burbujas.

La energía de interacción de dispersión V_d viene de la correlación de la fluctuación de los dipolos electromagnéticos en la superficie de la partícula y la burbuja. Para dos cuerpos esféricos macroscópicos de radio R_p y R_b , es expresado como [2,10]:

$$V_{d} = -\frac{A_{132}R_{p}R_{b}}{6H(R_{p}+R_{b})} \left[1 - \frac{1+2bl}{1+bc/H}\right]$$
(13)

donde; A₁₃₂ se conoce como la constante de Hamaker para la partícula 1 interactuando con la burbuja de aire 2 en el medio 3 (agua) sobre la distancia de separación H. Por su parte b, l y c son constantes.

Finalmente, la determinación de las contribuciones hidrofóbicas V_h entre la partícula y la burbuja viene dada por [2, 10]:

$$V_{h} = -\frac{R_{p}R_{b}}{6(R_{p}+R_{b})}\frac{K_{132}}{H}$$
(14)

donde K_{132} representa las magnitudes de la interacción hidrofóbica, la cual se calcula usando el parámetro de fuerza hidrofóbica de la interacción partícula – partícula K_{131} y la interacción burbuja – burbuja K_{232} . Adicionalmente, realizando las operaciones pertinentes se obtiene la siguiente expresión para el trabajo de adhesión [2,10]:

$$W_{a} = \gamma_{lv} \pi R_{p}^{2} (1 + \cos\theta)^{2}$$
⁽¹⁵⁾

donde γ_{Iv} es la tensiones superficiales entre las fases líquido – gas y θ es el ángulo de contacto entre la superficie mineral y la burbuja. En la Figura 1 se presenta el diagrama de energía de interacción total, V vs distancia, H partícula – burbuja.



Figura 1. Diagrama V vs H [2,10].



Una vez calculado la constante cinética se procede al cálculo de las dimensiones de la columna de flotación como son la longitud y el diámetro. La longitud y el diámetro de la columna son dos parámetros importantes al momento de diseñar una columna de flotación; el diámetro es usualmente determinado a partir del flujo másico de alimentación, el cual a su vez es determinado por la máxima capacidad de carga.

La capacidad de carga C esta definida como el producto de la velocidad de área superficial de la burbuja S_b por la masa de partículas M_p adicionadas por unidad de área de la burbuja moviéndose a través de la fase espumante. La capacidad de carga puede expresarse como [3]:

$$C = M_p S_b \tag{16}$$

Esta expresión muestra que C puede ser maximizado si S_b es máximo, puesto que M_p es esencialmente constante para un sistema de flotación específico. El diámetro de la columna d_c esta determinado a partir de la siguiente expresión [3]:

$$d_{c} = \sqrt{\left[\left[\frac{4Y}{\pi C_{max}}\left(\frac{1}{\rho_{sl}} + \frac{1 - C_{sl}}{C_{sl}}\right)^{-1}\right]\frac{Q_{f}}{n}\right]}$$
(17)

donde Q_f es el flujo volumétrico del alimento, C_{max} es la máxima capacidad de carga, Y es el rendimiento deseado, C_{sl} el porcentaje en peso de los sólidos en el alimento, ρ_{sl} es la densidad de la pulpa en el alimento y n es el número de columnas.

Una vez conocido el diámetro de la columna, la longitud de la zona de colección L_r puede ser determinada a partir del tiempo de retención requerido para obtener un porcentaje de recuperación deseado [3]:

$$L_{r} = \tau_{p} \left[\frac{J_{sl}}{1 - \epsilon_{g}} + U_{p} \right]$$
(18)

donde U_p la velocidad de la partícula y τ_p el tiempo de residencia de la partícula en la zona de colección. El mezclado de la pulpa dentro de la columna de flotación debe ser cuantificado por el número de dispersión N_d . Si N_d tiende a cero representa condiciones de flujo tapón, en tanto si N_d tiende a infinito representa condiciones de acuerdo a la siguiente ecuación [3]:

$$N_{d} = \frac{E}{uL_{r}}$$
(19)

donde, E es el coeficiente axial de dispersión y u es la velocidad de una partícula.

Los porcentajes de recuperación de acuerdo a la condición de mezcla dentro de la columna de flotación se evalúan a partir de la siguiente expresión [3]:

$$R = 1 - \frac{4Aexp\left(\frac{1}{2N_d}\right)}{(1+A)^2 exp\left(\frac{A}{2N_d}\right) - (1-A)^2 exp\left(\frac{-A}{2N_d}\right)}$$
(20)

J. Piñeres et al, Ing-NOVA, 4(1), enero/2025, p. 22-47



$$A = \sqrt{1 + 4K\tau_p N_d}$$
(21)

Para mantener el mismo valor de R obtenido en las pruebas de laboratorio τ_p deber ser ajustado (manteniendo K constante), y una nueva longitud de la columna es evaluada, por lo tanto un procedimiento iterativo entre las ecuaciones [18-21] es necesario para obtener el valor correcto de Lr [2,10].

Diagrama de flujo general: la Figura 2 muestra el diagrama de flujo general para la construcción del software.

Diagrama de flujo del cálculo de las propiedades hidrodinámicas: para el cálculo del diámetro de la burbuja y demás propiedades se emplea la aproximación de Xu & Finch [4]. El procedimiento de cálculo involucra una serie de iteraciones para la determinación de los parámetros. Inicialmente se toma un valor de m correspondiente a 3 obtenido de derivación de la aproximación de Xu & Finch [4]. La Figura 3 muestra el diagrama de flujo del cálculo de las propiedades hidrodinámicas.



Figura 2. Diagrama de flujo general.





Diagrama de flujo para el cálculo de las energías superficiales: como se ha mencionado con anterioridad, las energías superficiales forman un papel fundamental en un sistema de flotación, ya que son estas fuerzas las que determinan la flotabilidad de la partícula. En este algoritmo se lleva a cabo el cálculo de las diferentes energías implicadas en la interacción del sistema de tres fases a diferente distancia entre la partícula y la burbuja, por lo que se utiliza una estructura de repetición. En la Figura 4 se muestra el diagrama de flujo que representa el proceso.







Diagrama de flujo para el cálculo de las energías cinéticas: Cuando la partícula viaja a través de la línea de corriente, su velocidad disminuye en la medida en que se acerca a la burbuja, razón por la cual se hace necesario tener en cuenta varias consideraciones; la velocidad radial de la partícula viene dada por el promedio aritmético de la velocidad en cada punto. Para el cálculo de la velocidad radial y la energía cinética, se emplea el concepto de la línea de corriente [8]. A continuación en la Figura 5 se muestra un esquema general del proceso.



Figura 5. Diagrama de flujo para el cálculo de la energía cinética.

donde Xo es la coordenada radial, r, normalizada por el radio de la burbuja, Ψ o es la función de corriente empírica derivada por Yoon & Luttrell [8] Ro es la coordenada radial al inicio de la línea de corriente, Xonew es la nueva coordenada radial, r, normalizada por el radio de la burbuja, r_{ini} es la coordenada radial calculada a partir de Xonew y α_f es la coordenada angular.

Diagrama de flujo para el cálculo de las probabilidades y la constante cinética: mediante el cálculo de la constante cinética es posible el diseño de la columna, que corresponde al objetivo final en el estudio de la parte fenomenológica en el interior de la columna. En la Figura 6 se muestra el diagrama de flujo para el cálculo de la constante cinética que involucra sencillos cálculos secuenciales.





Figura 6. Diagrama de flujo del cálculo de las probabilidades y la constante cinética.

Diagrama de flujo para el cálculo del diseño de la columna: una vez obtenida la constante cinética se procede al cálculo de las dimensiones de la columna, para lo cual son requeridos datos tales como viscosidad y densidad de la pulpa, y algunos parámetros como el flujo de alimento y el Carrying Capacity. El procedimiento empleado para el desarrollo se muestra en la Figura 7.





Figura 7. Diagrama de flujo para el cálculo de las dimensiones de la columna.

3. Resultados y discusión

Validación del modelo: con el objetivo de comprobar la exactitud de la secuencia de cálculo propuesta, se realiza una validación por etapas en donde se evalúa individualmente los resultados obtenidos. Dado que no se cuenta con antecedentes bibliográficos del modelo completo, por tratarse de un método nuevo, la comparación se realiza por partes teniendo en cuenta resultados obtenidos experimentalmente en diferentes fuentes bibliográficas. El diseño de una columna de flotación involucra un estudio teórico y un estudio experimental; este último introduce una gran fuente de error en el proceso, razón por la cual, en la secuencia de cálculo desarrollada, se unifica la hidrodinámica de flotación propuesta por Yoon y la fenomenología planteada en la teoría DLVO extendida, con el propósito de disminuir o incluso erradicar esta fuente de error.

Validación de la hidrodinámica: para la validación de la hidrodinámica del proceso, se tiene en cuenta datos de pH, densidad de la partícula y velocidad lineal de la burbuja, de cuatro carbones colombianos tomados



como referencia (Carbón del Cerrejón, La Jagua, Nechí y Guachinté) [11]. La recopilación de los parámetros utilizados para la obtención del diámetro de la burbuja se presenta en las Tablas 1 a 4; para cada tipo de carbón, se toma un número determinado de condiciones para la realización del procedimiento. La unificación de los fenómenos hidrodinámicos, superficiales y la teoría de diseño, permite la obtención de un diseño a partir de la caracterización de la muestra, el ζ (potencial zeta), ángulo de contacto, entre otros, y adicionalmente, la selección de las mejores condiciones de operación del proceso.

| Condición | рН | Jg (cm/s) | Δh (m) | D _b (mm) |
|-----------|----|-----------|--------|---------------------|
| 1 | 9 | 1,0 | 0,114 | 1,03 |
| 2 | 9 | 1,0 | 0,134 | 1,03 |
| 3 | 9 | 1,8 | 0,14 | 1,39 |
| 4 | 9 | 1,8 | 0,149 | 1,39 |
| 5 | 7 | 1,4 | 0,134 | 1,27 |
| 6 | 7 | 0,7 | 0,121 | 0,85 |
| 7 | 7 | 2,1 | 0,151 | 1,51 |
| 8 | 7 | 1,4 | 0,120 | 1,28 |
| 9 | 7 | 1,4 | 0,148 | 1,27 |

Tabla 1. Condiciones hidrodinámicas carbón el Cerrejón, ρ = 1230 Kg/ m³.

Tabla 2. Condiciones hidrodinámicas carbón La Jagua ρ = 1210 Kg/m³.

| Condición | pН | Jg (cm/s) | Δh (m) | D _b (mm) |
|-----------|----|-----------|--------|---------------------|
| 1 | 9 | 1,0 | 0,114 | 1,03 |
| 2 | 9 | 1,0 | 0,134 | 1,03 |
| 3 | 9 | 1,8 | 0,14 | 1,39 |
| 4 | 9 | 1,8 | 0,149 | 1,39 |
| 5 | 10 | 1,4 | 0,134 | 1,27 |
| 6 | 7 | 1,4 | 0,134 | 1,27 |
| | | | | |

Tabla 3. Condiciones hidrodinámicas carbón Guachinte, ρ= 1420 Kg/ m³.

| Condición | pН | Jg (cm/s) | dh (m) | D _b (mm) |
|-----------|----|-----------|--------|---------------------|
| 1 | 9 | 1,0 | 0,114 | 1,03 |
| 2 | 9 | 1,0 | 0,134 | 1,03 |
| 3 | 9 | 1,8 | 0,14 | 1,39 |
| 4 | 9 | 1,8 | 0,149 | 1,39 |
| 5 | 7 | 1,4 | 0,134 | 1,27 |
| 6 | 7 | 0,7 | 0,121 | 0,85 |
| 7 | 7 | 2,1 | 0,151 | 1,51 |
| 8 | 10 | 1,4 | 0,12 | 1,27 |
| 9 | 7 | 1,4 | 0,148 | 1,27 |

Tabla 4. Condiciones hidrodinámicas carbón Nechi p= 1220 Kg/m³.

| | Condición | pН | Jg (cm/s) | Δh (m) | D _b (mm) |
|---|-----------|----|-----------|--------|---------------------|
| - | 1 | 9 | 1,0 | 0,114 | 1,03 |
| | 2 | 9 | 1,0 | 0,134 | 1,03 |
| | 3 | 9 | 1,8 | 0,14 | 1,39 |
| | 4 | 9 | 1,8 | 0,149 | 1,39 |
| | 5 | 7 | 1,4 | 0,134 | 1,27 |
| | 6 | 7 | 0,7 | 0,121 | 0,85 |



| - | - | 2.4 | 0.454 | 4 5 4 | - |
|---|---|-----|-------|-------|---|
| 1 | 1 | 2,1 | 0,151 | 1,51 | |
| 8 | 7 | 1,4 | 0,12 | 1,28 | |

Adicionalmente, se incluyen algunos parámetros para el cálculo del diámetro de la burbuja:

| Tabla 5. Parámetros de cálculo. | | | | | |
|---------------------------------|--------|-----------------------|--------|-----------------|--|
| d _p (mm) | T (K) | J _{sl} (m/s) | dl (m) | C _{sl} | |
| 0,038 | 298,15 | 0,0246 | 0,64 | 0,025 | |

Los resultados obtenidos mediante el proceso de cálculo se muestran a continuación en la Tabla 6.

| Tabla 6. | Tabla 6. Resultados de los cálculos hidrodinámicos. | | | | | | |
|-----------|---|---------------------|----------------------|-----------------|--|--|--|
| Carbón | Condición | D _b (mm) | U _b (m/s) | Re _b | | | |
| Cerrejón | 1 | 0,9 | 0,1036 | 46,0721 | | | |
| - | 2 | 0,9 | 0,0994 | 42,3021 | | | |
| | 3 | 1,3 | 0,142 | 88,5544 | | | |
| | 4 | 1,3 | 0,1392 | 84,9132 | | | |
| | 5 | 1,1 | 0,1218 | 64,2718 | | | |
| | 6 | 0,7 | 0,0835 | 29,8343 | | | |
| | 7 | 1,4 | 0,154 | 105,1542 | | | |
| | 8 | 1,2 | 0,1265 | 69,5536 | | | |
| | 9 | 1,1 | 0,1187 | 60,8848 | | | |
| La Jagua | 1 | 0,9 | 0,1037 | 46,0836 | | | |
| | 2 | 0,9 | 0,0994 | 42,2918 | | | |
| | 3 | 1,3 | 0,142 | 88,5619 | | | |
| | 4 | 1,3 | 0,1392 | 84,905 | | | |
| | 5 | 1,1 | 0,1219 | 64,2735 | | | |
| | 6 | 1,1 | 0,1187 | 60,8692 | | | |
| Guachinte | 1 | 0,9 | 0,1032 | 45,9876 | | | |
| | 2 | 0,9 | 0,0991 | 42,3911 | | | |
| | 3 | 1,3 | 0,1415 | 88,5053 | | | |
| | 4 | 1,3 | 0,1388 | 84,9898 | | | |
| | 5 | 1,1 | 0,1214 | 64,2669 | | | |
| | 6 | 0,7 | 0,0833 | 29,9028 | | | |
| | 7 | 1,4 | 0,1535 | 105,193 | | | |
| | 8 | 1,1 | 0,1259 | 69,3506 | | | |
| | 9 | 1,1 | 0,1184 | 61,0177 | | | |
| Nechi | 1 | 0,9 | 0,1036 | 46,0777 | | | |
| | 2 | 0,9 | 0,0994 | 42,2969 | | | |
| | 3 | 1,3 | 0,142 | 88,5581 | | | |
| | 4 | 1,3 | 0,1392 | 84,9091 | | | |
| | 5 | 1,1 | 0,1218 | 64,2727 | | | |
| | 6 | 0,7 | 0,0835 | 29,8302 | | | |
| | 7 | 1,4 | 0,154 | 105,1525 | | | |
| | 8 | 1,2 | 0,1266 | 69,5668 | | | |

Para la realización de la validación, se toma como referencia los valores de diámetro de burbuja; se compara el diámetro de burbuja obtenido experimentalmente [11] y el diámetro de burbuja calculado. Los datos obtenidos se presentan a continuación en la Tabla 7.



| Carbón | Carbón Condición D _h calc (mm) | | D _b exp | Desv. Est. | % Error |
|-----------|---|-----|--------------------|------------|---------|
| | | 5 | (mm) | | |
| Cerrejón | 1 | 0,9 | 1,03 | 0,06717514 | 9,25 |
| | 2 | 0,9 | 1,03 | 0,09687363 | 13,31 |
| | 3 | 1,3 | 1,39 | 0,06151829 | 6,24 |
| | 4 | 1,3 | 1,39 | 0,08174154 | 8,29 |
| | 5 | 1,1 | 1,27 | 0,11356135 | 12,68 |
| | 6 | 0,7 | 0,85 | 0,07148850 | 11,89 |
| | 7 | 1,4 | 1,51 | 0,05550788 | 5,19 |
| | 8 | 1,2 | 1,28 | 0,08782266 | 9,73 |
| | 9 | 1,1 | 1,27 | 0,13746156 | 15,31 |
| La Jagua | 1 | 0,9 | 1,03 | 0,06873078 | 9,44 |
| | 2 | 0,9 | 1,03 | 0,09687363 | 13,30 |
| | 3 | 1,3 | 1,39 | 0,05755849 | 5,86 |
| | 4 | 1,3 | 1,39 | 0,07785246 | 7,92 |
| | 5 | 1,1 | 1,27 | 0,11532912 | 12,84 |
| | 6 | 1,1 | 1,27 | 0,1371080 | 15,27 |
| Guachinte | chinte 1 0, | | 1,03 | 0,07410479 | 10,17 |
| | 2 | 0,9 | 1,03 | 0,10062129 | 13,81 |
| | 3 | 1,3 | 1,39 | 0,06448814 | 6,56 |
| | 4 | 1,3 | 1,39 | 0,08386286 | 8,53 |
| | 5 | 1,1 | 1,27 | 0,12098597 | 13,47 |
| | 6 | 0,7 | 0,85 | 0,07424621 | 12,35 |
| | 7 | 1,4 | 1,51 | 0,06173042 | 5,78 |
| | 8 | 1,1 | 1,27 | 0,08966114 | 9,98 |
| | 9 | 1,1 | 1,27 | 0,14156278 | 15,76 |
| Nechi | 1 | 0,9 | 1,03 | 0,06922575 | 9,50 |
| | 2 | 0,9 | 1,03 | 0,09708576 | 13,33 |
| | 3 | 1,3 | 1,39 | 0,05798276 | 5,90 |
| | 4 | 1,3 | 1,39 | 0,07820601 | 7,96 |
| | 5 | 1,1 | 1,27 | 0,11568267 | 12,88 |
| | 6 | 0,7 | 0,85 | 0,07134707 | 11,87 |
| | 7 | 1,4 | 1,51 | 0,05515433 | 5,16 |
| | 8 | 1,2 | 1,27 | 0,08280220 | 9,22 |

Tabla 7. Comparación del diámetro de burbuja calculado Vs experimental.

De la comparación realizada entre los dos parámetros (D_{bcal} y D_{bexp}), se observa que el porcentaje de error máximo es 15,76; adicionalmente se encuentra valores de desviación estándar que van desde 0,05515433 presentada en la condición 1 de la muestra de carbón de Nechi hasta 0,14156278 presentada en la condición 9 de la muestra de Cerrejón. Es posible identificar dos fuentes de error en el proceso: error experimental, el cual se considera aleatorio, inherente a la experimentación, y el error que se introduce debido a las suposiciones realizadas durante todo el procedimiento de cálculo. En la Figura 8, se aprecia la diferencia entre los diámetros calculados y experimentales para cada muestra de carbón.







En la Figura 8 se observa que los valores de diámetros experimentales y calculados siguen la misma tendencia en cada una de las muestras de carbón; adicionalmente, se evidencia que en las condiciones donde la velocidad del gas es de 1,8 cm/s, el porcentaje de error generado es el menor dentro del conjunto de datos, lo cual tiene justificación ya que empíricamente se ha demostrado que en una columna de flotación, se obtienen mejores condiciones de operación usando este valor de velocidad.

Validación de la teoría DVLO extendida: para llevar a cabo este procedimiento, se introducen los parámetros de ángulo de contacto en agua y ángulo de contacto en ioduro de metileno para cada tipo de carbón, como se muestra en la Tabla 8.

| Tabla 8. Ángulo de contacto en agua y en ioduro de metilen | 10. |
|--|-----|
|--|-----|

| Carbón | θagua (°) | θm (°) |
|-----------|-----------|--------|
| Cerrejón | 63,9 | 34,4 |
| La Jagua | 66,2 | 41,7 |
| Guachinte | 61,4 | 34,0 |
| Nechi | 65,0 | 38,5 |

Para la verificación de la energía de barrera se toman las condiciones utilizadas por [10], las cuales involucran valores de diámetro de burbuja, ξ (potencial zeta) y ángulo de contacto. Los valores utilizados y resultados de energía de barrera obtenidos por [10] se presentan en las Tablas 9 a 12.



| 10 | | | | | | | | |
|-----------|----|---------------------|----------------------|----------------------|--|----------|---------|--------------------------------------|
| Condición | рΗ | D _b (mm) | P _{z1} (mV) | P _{z2} (mV) | K ₂₃₂ x10 ¹⁸ (J) | 1/k (nm) | Hc (nm) | E ₁ x10 ¹⁷ (J) |
| 1 | 9 | 1,03 | -49,1 | -37,9 | 2,230 | 11,22 | 9,5 | 3,31 |
| 2 | 9 | 1,03 | -51,4 | -39,3 | 1,573 | 11,22 | 8,5 | 5,34 |
| 3 | 9 | 1,39 | -49,1 | -37,9 | 2,308 | 11,22 | 9,5 | 3,21 |
| 4 | 9 | 1,39 | -51,4 | -39,3 | 1,573 | 11,22 | 8,5 | 5,59 |
| 5 | 7 | 1,27 | -45,5 | -32,0 | 1,936 | 23,68 | 14 | 5,46 |
| 6 | 7 | 0,85 | -45,5 | -32,0 | 1,936 | 23,68 | 14 | 5,39 |
| 7 | 7 | 1,51 | -45,5 | -32,0 | 1,936 | 23,68 | 14 | 5,49 |
| 8 | 7 | 1,28 | -42,9 | -30,7 | 2,668 | 23,68 | 15 | 3,78 |
| 9 | 7 | 1,27 | -47,6 | -33,1 | 1,180 | 23,68 | 12 | 7,42 |

Tabla 9. Condiciones para el cálculo de la energía de barrera carbón el Cerrejón [10].

 Tabla 10. Condiciones para el cálculo de la energía de barrera carbón La Jagua [10].

| Condición | рΗ | D _b (mm) | P _{z1} (mV) | P _{z2} (mV) | K ₂₃₂ (J) | 1/k (nm) | Hc (nm) | E1 (J) |
|-----------|----|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------|---------|--------|
| 1 | 9 | 1,03 | -46,8 | -37,9 | 2,230 | 33,49 | 16 | 8,54 |
| 2 | 9 | 1,03 | -48,7 | -39,3 | 1,573 | 33,49 | 14 | 1,06 |
| 3 | 9 | 1,39 | -46,8 | -37,9 | 2,308 | 33,49 | 16 | 8,63 |
| 4 | 9 | 1,39 | -48,7 | -39,3 | 1,573 | 33,49 | 14 | 1,07 |
| 5 | 10 | 1,27 | -50,0 | -35,8 | 1,936 | 14,63 | 11 | 4,25 |
| 6 | 7 | 1,27 | -42,5 | -33,1 | 1,180 | 10,59 | 10 | 1,67 |

Tabla 11. Condiciones para el cálculo de la energía de barrera carbón Guachinte [10].

| Condición | рΗ | D _b (mm) | P _{z1} (mV) | P _{z2} (mV) | K ₂₃₂ x10 ¹⁸ (J) | 1/k (nm) | Hc (nm) | E ₁ x10 ¹⁷ (J) |
|-----------|----|---------------------|----------------------|----------------------|--|----------|---------|--------------------------------------|
| 1 | 9 | 1,03 | -43,1 | -37,9 | 2,230 | 10,34 | 9,0 | 2,55 |
| 2 | 9 | 1,03 | -46,2 | -39,3 | 1,573 | 10,34 | 7,5 | 4,87 |
| 3 | 9 | 1,39 | -43,1 | -37,9 | 2,308 | 10,34 | 9,0 | 2,49 |
| 4 | 9 | 1,39 | -46,2 | -39,3 | 1,573 | 10,34 | 7,0 | 4,92 |
| 5 | 7 | 1,27 | -38,2 | -32,0 | 1,936 | 23,13 | 13 | 4,67 |
| 6 | 7 | 0,85 | -38,2 | -32,0 | 1,936 | 23,13 | 14 | 4,49 |
| 7 | 7 | 1,51 | -38,2 | -32,0 | 1,936 | 23,13 | 14 | 4,58 |
| 8 | 10 | 1,27 | -46,2 | -35,8 | 1,936 | 7,310 | 7,0 | 9,40 |
| 9 | 7 | 1,27 | -40,4 | -33,1 | 1,180 | 23,13 | 11 | 6,40 |

Tabla 12. Condiciones para el cálculo de la energía de barrera carbón Nechi [10].

| Condición | рΗ | D _b (mm) | P _{z1} (mV) | P _{z2} (mV) | K ₂₃₂ x10 ¹⁸ (J) | 1/k (nm) | Hc (nm) | E ₁ x10 ¹⁷ (J) |
|-----------|----|---------------------|----------------------|----------------------|--|----------|---------|--------------------------------------|
| 1 | 9 | 1,03 | -44,5 | -37,9 | 2,230 | 11,94 | 11 | 2,24 |
| 2 | 9 | 1,03 | -49,4 | -39,3 | 1,573 | 11,94 | 8 | 5,44 |
| 3 | 9 | 1,39 | -44,5 | -37,9 | 2,308 | 11,94 | 11 | 2,27 |
| 4 | 9 | 1,39 | -49,4 | -39,3 | 1,573 | 11,94 | 9 | 5,13 |
| 5 | 7 | 1,27 | -39,8 | -32,0 | 1,936 | 12,66 | 12 | 1,11 |
| 6 | 7 | 0,85 | -39,8 | -32,0 | 1,936 | 12,66 | 13 | 0,95 |
| 7 | 7 | 1,51 | -39,8 | -32,0 | 1,936 | 12,66 | 13 | 0,9,7 |
| 8 | 7 | 1,27 | -45,3 | -33,1 | 1,180 | 12,66 | 9 | 3,57 |

En la Tabla 13 se presentan los resultados de energía de barrera y distancia crítica obtenidos a partir de la teoría DLVO extendida [2]. 3,57x10-1x

| Tabla 13. Resultados de los cálculos del DLVO. | | | | | | | |
|--|-----------|--------------------------------------|---------|--|--|--|--|
| Carbón | Condición | E ₁ x10 ¹⁷ (J) | Hc (nm) | | | | |
| Cerrejón | 1 | 3,32 | 9,3 | | | | |
| _ | 2 | 5,59 | 7,8 | | | | |



| 3 3,22 9,4 4 5,64 7,8 5 5,47 14,0 6 5,39 14,0 7 5,50 14,0 8 3,82 16,3 9 7,44 11,6 La Jagua 1 8,62 15,8 2 10,6 13,7 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,60 2 5,10 8,50 | | | | |
|---|-----------|---|-------|-------|
| 4 5,64 7,8 5 5,47 14,0 6 5,39 14,0 7 5,50 14,0 8 3,82 16,3 9 7,44 11,6 La Jagua 1 8,62 15,8 2 10,6 13,7 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,277 10,60 </td <td></td> <td>3</td> <td>3,22</td> <td>9,4</td> | | 3 | 3,22 | 9,4 |
| 5 5,47 14,0 6 5,39 14,0 7 5,50 14,0 8 3,82 16,3 9 7,44 11,6 La Jagua 1 8,62 15,8 2 10,6 13,7 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 </td <td></td> <td>4</td> <td>5,64</td> <td>7,8</td> | | 4 | 5,64 | 7,8 |
| 6 5,39 14,0 7 5,50 14,0 8 3,82 16,3 9 7,44 11,6 La Jagua 1 8,62 15,8 2 10,6 13,7 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 | | 5 | 5,47 | 14,0 |
| 7 5,50 14,0 8 3,82 16,3 9 7,44 11,6 La Jagua 1 8,62 15,8 2 10,6 13,7 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,60 4 5,15 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 | | 6 | 5,39 | 14,0 |
| 8 3,82 16,3 9 7,44 11,6 La Jagua 1 8,62 15,8 2 10,6 13,7 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 3 2,277 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 | | 7 | 5,50 | 14,0 |
| 9 7,44 11,6 La Jagua 1 8,62 15,8 2 10,6 13,7 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 8 | 3,82 | 16,3 |
| La Jagua 1 8,62 15,8 2 10,6 13,7 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 9 | 7,44 | 11,6 |
| 2 10,6 13,7 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 <td>La Jagua</td> <td>1</td> <td>8,62</td> <td>15,8</td> | La Jagua | 1 | 8,62 | 15,8 |
| 3 8,61 16,0 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 2 | 10,6 | 13,7 |
| 4 10,7 13,7 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 3 | 8,61 | 16,0 |
| 5 4,23 11,1 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 4 | 10,7 | 13,7 |
| 6 1,65 9,7 Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 5 | 4,23 | 11,1 |
| Guachinte 1 2,56 8,8 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 6 | 1,65 | 9,7 |
| 2 4,86 7,3 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | Guachinte | 1 | 2,56 | 8,8 |
| 3 2,47 8,90 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 2 | 4,86 | 7,3 |
| 4 4,90 7,30 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 3 | 2,47 | 8,90 |
| 5 4,55 13,60 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 4 | 4,90 | 7,30 |
| 6 4,49 13,60 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 5 | 4,55 | 13,60 |
| 7 4,57 13,60 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 6 | 4,49 | 13,60 |
| 8 0,744 7,60 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 7 | 4,57 | 13,60 |
| 9 6,50 10,90 Nechi 1 2,37 10,50 2 5,10 8,50 3 2,27 10,60 4 5,15 8,50 5 0,966 12,50 6 0,952 12,50 7 0,97 12,50 8 3,59 9,50 | | 8 | 0,744 | 7,60 |
| Nechi12,3710,5025,108,5032,2710,6045,158,5050,96612,5060,95212,5070,9712,5083,599,50 | | 9 | 6,50 | 10,90 |
| 25,108,5032,2710,6045,158,5050,96612,5060,95212,5070,9712,5083,599,50 | Nechi | 1 | 2,37 | 10,50 |
| 32,2710,6045,158,5050,96612,5060,95212,5070,9712,5083,599,50 | | 2 | 5,10 | 8,50 |
| 45,158,5050,96612,5060,95212,5070,9712,5083,599,50 | | 3 | 2,27 | 10,60 |
| 50,96612,5060,95212,5070,9712,5083,599,50 | | 4 | 5,15 | 8,50 |
| 60,95212,5070,9712,5083,599,50 | | 5 | 0,966 | 12,50 |
| 70,9712,5083,599,50 | | 6 | 0,952 | 12,50 |
| 8 3,59 9,50 | | 7 | 0,97 | 12,50 |
| | | 8 | 3,59 | 9,50 |

En la Tabla 14, se compara los resultados de las energías de barrera calculadas con las encontradas en la literatura; la diferencia entre los dos conjuntos de datos, se aprecia en las Figura 9.

| Carbón | Condición | E ₁ a x10 ¹⁷ (J) | E ₁ b x10 ¹⁷ (J) | Desv. Est. x10 ²⁰ | % Error |
|----------|-----------|--|--|------------------------------|---------|
| Cerrejón | 1 | 3,31 | 3,32 | 9,12 | 0,39 |
| | 2 | 5,34 | 5,59 | 0,0178 | 4,71 |
| | 3 | 3,21 | 3,22 | 9,97 | 0,43 |
| | 4 | 5,59 | 5,64 | 0,379 | 0,96 |
| | 5 | 5,46 | 5,47 | 7,78 | 0,20 |
| | 6 | 5,39 | 5,39 | 2,55 | 0,07 |
| | 7 | 5,49 | 5,50 | 4,53E | 0,11 |
| | 8 | 3,78 | 3,82 | 0,249 | 0,93 |
| | 9 | 7,42 | 7,44 | 0,107 | 0,21 |

Tabla 14. Comparación Energía de barrera a) Piñeres & Barraza, b) Gonzalez & Ortiz.

J. Piñeres et al, Ing-NOVA, 4(1), enero/2025, p. 22-47



| La Jagua | 1 | 8,54 | 8,62 | 0,530 | 0,88 |
|-----------|---|------|-------|--------|-------|
| - | 2 | 10,6 | 10,6 | 9,19 | 0,12 |
| | 3 | 8,63 | 8,61 | 0,149 | 0,25 |
| | 4 | 10,7 | 10,7 | 0,106 | 0,14 |
| | 5 | 4,25 | 4,23 | 0,124 | 0,41 |
| | 6 | 1,67 | 1,65 | 0,109 | 0,92 |
| Guachinte | 1 | 2,55 | 2,56 | 6,51 | 0,36 |
| | 2 | 4,87 | 4,86 | 9,55 | 0,28 |
| | 3 | 2,49 | 2,47 | 0,141 | 0,80 |
| | 4 | 4,92 | 4,90 | 0,130 | 0,37 |
| | 5 | 4,67 | 4,55 | 0,849 | 2,57 |
| | 6 | 4,49 | 4,49 | 3,18 | 0,10 |
| | 7 | 4,58 | 4,57 | 6,36 | 0,19 |
| | 8 | 0,94 | 0,744 | 0,0138 | 20,8 |
| | 9 | 6,40 | 6,50 | 0,695 | 1,54 |
| Nechi | 1 | 2,24 | 2,37 | 0,909 | 5,74 |
| | 2 | 5,44 | 5,10 | 0,0241 | 6,25 |
| | 3 | 2,27 | 2,27 | 91,9 | 0,06 |
| | 4 | 5,13 | 5,15 | 0,119 | 0,33 |
| | 5 | 1,11 | 0,966 | 0,0102 | 12,97 |
| | 6 | 0,95 | 0,952 | 1,64 | 0,24 |
| | 7 | 0,97 | 0,970 | 33,9 | 0,05 |
| | 8 | 3,57 | 3,59 | 0,111 | 0,44 |
| | | | | | |

Realizando el análisis de la desviación estándar y porcentaje de error de las energías de barrera calculadas y las encontradas en la literatura, se observa un alto grado de similitud entre ellas, que viene dado por los porcentajes de error menores que 1% (correspondientes al 78% del total de condiciones evaluadas).

En la Figura 9 se muestran las diferencias entre las energías de barrera para las cuatro muestras de carbón.





Figura 9. Energía de barrera experimental vs calculado.

Validación de la cinética: para el cálculo de la energía cinética necesaria para la adhesión, se hace uso de parámetros tales como diámetro de burbuja, velocidad de burbuja, número de Reynolds, distancia crítica y velocidad radial de la burbuja; para tal propósito, se hace uso del procedimiento de cálculo ilustrado en la Figura 5; los datos para cada una de las muestras de carbón se presentan en las Tablas 15 a 18.

| Tabla 15. Condiciones para el cálculo de la energía cinética carbón el Cerrejón. | | | | | | | | |
|--|---------------------|------------|---------|---------|--|--------------------------------------|--|--|
| Condición | D _b (mm) | Ub (m/s) | Reb | Hc (nm) | U _{rp} x10 ³ (m/s) | E _k x10 ¹⁷ (J) | | |
| 1 | 1,03 | 0,11452164 | 56,1146 | 9,5 | -2,46 | 2,00 | | |
| 2 | 1,03 | 0,1132631 | 55,606 | 8,0 | -2,47 | 2,01 | | |
| 3 | 1,39 | 0,15000852 | 99,805 | 8,5 | -3,96 | 5,18 | | |
| 4 | 1,27 | 0,13764371 | 83,179 | 14,0 | -3,45 | 3,93 | | |
| 5 | 1,28 | 0,13892091 | 84,607 | 15,0 | -3,49 | 4,03 | | |
| 6 | 1,27 | 0,13716148 | 83,097 | 12,0 | -3,45 | 3,94 | | |

Tabla 16. Condiciones para el cálculo de la energía cinética carbón La Jagua.

| | | | | J | | |
|-----------|---------------------|------------|---------|---------|--|--------------------------------------|
| Condición | D _b (mm) | Ub (m/s) | Reb | Hc (nm) | U _{rp} x10 ³ (m/s) | E _k x10 ¹⁷ (J) |
| 1 | 1,03 | 0,11489572 | 56,3939 | 16,0 | -2,46 | 1,83 |
| 2 | 1,03 | 0,11731388 | 57,5808 | 14,0 | -2,46 | 1,83 |
| 3 | 1,27 | 0,13904131 | 84,1470 | 11,0 | -3,45 | 3,59 |
| 4 | 1,27 | 0,13837706 | 83,7450 | 10,0 | -3,45 | 3,59 |



| Tuble 17. Condiciones para el calcalo de la energía enfetica carbon Gadeninte. | | | | | | |
|--|---------------------|----------------------|----------|---------|--|--------------------------------------|
| Condición | D _b (mm) | U _b (m/s) | Re_{b} | Hc (nm) | U _{rp} x10 ³ (m/s) | E _k x10 ¹⁷ (J) |
| 1 | 1,03 | 0,11342791 | 56,2756 | 9,0 | -2,46 | 3,66 |
| 2 | 1,03 | 0,11200008 | 55,5672 | 7,5 | -2,47 | 3,67 |
| 3 | 1,39 | 0,14821477 | 99,2360 | 7,0 | -3,96 | 9,46 |
| 4 | 1,27 | 0,13755409 | 84,1473 | 13,0 | -3,45 | 7,18 |
| 5 | 1,51 | 0,15923000 | 115,815 | 14,0 | -4,46 | 12,0 |
| 6 | 1,27 | 0,13755425 | 84,1474 | 11,0 | -3,96 | 7,19 |
| | | | | | | |

Tabla 17. Condiciones para el cálculo de la energía cinética carbón Guachinte.

Tabla 18. Condiciones para el cálculo de la energía cinética carbón Nechi.

| Condición | D _b (mm) | Ub (m/s) | Reb | Hc (nm) | U _{rp} x10 ³ (m/s) | E _k x10 ¹⁷ (J) |
|-----------|---------------------|------------|---------|---------|--|--------------------------------------|
| 1 | 1,03 | 0,11362416 | 55,8030 | 11,0 | -2,46 | 1,92 |
| 2 | 1,03 | 0,11386463 | 55,9211 | 8,0 | -2,46 | 1,92 |
| 3 | 1,39 | 0,14858705 | 98,4794 | 9,0 | -3,96 | 4,96 |
| 4 | 0,85 | 0,09712862 | 39,3655 | 13,0 | -1,77 | 0,99 |
| 5 | 1,27 | 0,13829486 | 83,7451 | 9,0 | -3,96 | 4,96 |

En la Tabla 19 se presentan los resultados obtenidos de energía cinética y velocidad radial de la partícula, mediante el algoritmo de cálculo desarrollo para cada una de las muestras de carbón.

| Carbón | Condición | E _k x10 ¹⁷ (J) | U _{rpm} x10 ³ (m/s) |
|-----------|-----------|--------------------------------------|---|
| Cerrejón | 1 | 2,02 | -2,47 |
| - | 2 | 2,00 | -2,46 |
| | 3 | 5,18 | -3,97 |
| | 4 | 3,59 | -3,30 |
| | 5 | 4,04 | -3,50 |
| | 6 | 3,93 | -3,45 |
| La Jagua | 1 | 1,86 | -2,48 |
| - | 2 | 1,74 | -2,40 |
| | 3 | 3,63 | -3,47 |
| | 4 | 3,61 | -3,46 |
| Guachinte | 1 | 3,67 | -2,47 |
| | 2 | 3,62 | -2,45 |
| | 3 | 9,42 | -3,95 |
| | 4 | 7,22 | -3,46 |
| | 5 | 12,0 | -4,46 |
| | 6 | 7,19 | -3,45 |
| Nechi | 1 | 1,92 | -2,46 |
| | 2 | 1,76 | -2,36 |
| | 3 | 4,50 | -3,77 |
| | 4 | 1,04 | -1,81 |
| | 5 | 3,45 | -3,30 |

Tabla 19. Resultados de los cálculos de energía cinética.

En la Tabla 20, se compara los resultados de las energías de barrera calculadas con las encontradas en la literatura; la diferencia entre los dos conjuntos de datos, se aprecia en las Figura 10.

| Tabla 20. Comparación Energía cinética a) Piñeres & Barraza, b) Gonzalez & Ortiz. | |
|---|--|
|---|--|

| Carbón | Condición | E _k a x10 ¹⁷ (J) | E _k b x10 ¹⁷ (J) | Desv. Est. x10 ²⁰ | % Error |
|----------|-----------|--|--|------------------------------|---------|
| Cerrejón | 1 | 2,00 | 2,02 | 12,9 | 0,915 |



| | 2 | 2,01 | 2,00 | 6,79 | 0,478 |
|-----------|---|------|------|-------|--------|
| | 3 | 5,18 | 5,20 | 1,71 | 0,467 |
| | 4 | 3,93 | 3,59 | 2,40 | 8,651 |
| | 5 | 4,03 | 4,04 | 8,06 | 0,283 |
| | 6 | 3,94 | 3,93 | 9,83 | 0,353 |
| La Jagua | 1 | 1,83 | 1,86 | 23,0 | 1,776 |
| | 2 | 1,83 | 1,74 | 64,7 | 5,000 |
| | 3 | 3,59 | 3,63 | 27,3 | 1,075 |
| | 4 | 3,59 | 3,61 | 12,0 | 0,474 |
| Guachinte | 1 | 3,66 | 3,67 | 10,3 | 0,396 |
| | 2 | 3,67 | 3,62 | 33,2 | 1,278 |
| | 3 | 9,46 | 9,42 | 28,1 | 0,421 |
| | 4 | 7,18 | 7,22 | 25,0 | 0,492 |
| | 5 | 12,0 | 12,0 | 10,6 | 0,125 |
| | 6 | 7,19 | 7,19 | 3,39 | 0,067 |
| Nechi | 1 | 1,92 | 1,92 | 2,12 | 0,156 |
| | 2 | 1,92 | 1,76 | 11,5 | 8,479 |
| | 3 | 4,96 | 4,50 | 32,4 | 9,248 |
| | 4 | 0,99 | 1,04 | 35,8 | 5,111 |
| | 5 | 4,96 | 3,45 | 107,0 | 30,498 |







Una vez realizada la verificación de cada uno de los modelos que componen el algoritmo final, se procede a realizar la interfaz de usuario, para lo cual se hizo uso del programa Matlab®. Para la obtención de los resultados, se tuvo como base la caracterización del carbón tomada a partir de resultados experimentales de las muestras de Cerrejón, Guachinte, La Jagua y Nechi. La herramienta computacional obtenida como producto final fue denominada "NewColumnFlotDesign"; es una interfaz de manejo sencillo y amigable con el usuario, en donde mediante el uso de distintas opciones, permite el cálculo de las condiciones favorables para el diseño de un equipo de flotación. Esta herramienta fue desarrollada con el objetivo de facilitar al usuario el diseño de un equipo de flotación. La interfaz cuenta con múltiples ventanas para la introducción de datos, en la Figura 11 se muestra la página de inicio de la interfaz desarrollada.



Figura 11. Página de inicio de "NewColumnFlotDesign".

En la Figura 12 se muestra la ventana para el cálculo de los fenómenos hidrodinámicos involucrados en la columna denominada así como también diversas opciones para interactuar con el software. Los algoritmos para el cálculo de energía de barrera, energía cinética de partícula y constante cinética, se hallan en una misma ventana denominada "Cálculo de las propiedades cinéticas" en la Figura 13 y en esta ventana se encuentra la opción de generar el grafico de V vs H.



| Archivo Cálculo de las propiedades hidrodinámicas Cálculo de las propiedades hidrodinámicas Datos de entrada Datos de entrada Presión (atm) Densidad de particula (Kg/m*3) Jg (m/s) Jg (m/s) Dettal (m) Dettal (m) Csl (%PIP) Limpiar ventana Nicio RUN Siguiente | 2 | | CalculoDb | - | × |
|---|-------------------|--------------------------------|--------------------|-----------------------------------|---|
| Cálculo de las propiedades hidrodinámicas Datos de entrada Temperatura (K) Presión (atm) Densidad de partícula (Kg/m³3) Jg (m/s) Js (m/s) Dettal (m) Dettah (m) Csi (%P/P) Imicio Run Siguiente | Archivo | | | | 1 |
| Datos de entrada Imperatura (K) Presión (atm) Pracción ocupada por la particula Jaj (m/s) Velocidad de la burbuja (m/s) Jai (m/s) Reynold de la burbuja Dettal (m) Dettal (m) Csi (%P/P) Db = Imicio RUN Siguiente | 26 | | | | |
| Datos de entrada Temperatura (K) Presión (atm) Densidad de partícula (Kg/m²3) Jg (m/s) Jsl (m/s) Dettal (m) Dettah (m) Csl (%E/P) Imicio RUN | | Cálculo de las p | propiedades hidrod | linámicas | |
| Datos de entrada Datos de salida Temperatura (K) Viscosidad del slurry (Kg/m-s) Presión (atm) Fracción ocupada por la particula Densidad de partícula (Kg/m*3) Velocidad de la burbuja (m/s) Jg (m/s) Reynold de la burbuja Dettal (m) Dettah (m) Csl (%P/P) Dbt Imicio RUN Siguiente | | | | | |
| Presión (atm) Fracción ocupada por la particula Densidad de partícula (Kg/m*3) Velocidad de la burbuja (m/s) Jg (m/s) Reynold de la burbuja Jsi (m/s) Detai (m) Detah (m) Csi (%PP) Limpiar ventana Inicio RUN Siguiente | Datos de entrada- | Temperatura (K) | Datos de salida- | Viscosidad del slurry (Kg/m-s) | |
| Densidad de partícula (Kg/m*3) Jg (m/s) Jsi (m/s) Dettal (m) Dettah (m) Csi (%6P/P) Imicio RUN Siguiente | | Presión (atm) | | Fracción ocupada por la partícula | |
| Jg (m/s) Jsl (m/s) Detai (m) Detah (m) Csl (%6PP) Limpiar ventane Inicio RUN Siguiente | | Densidad de partícula (Kg/m^3) | | Velocidad de la burbuja (m/s) | |
| Jsl (m/s) Dettal (m) Dettah (m) Csi (%5P/P) Limpiar ventana Inicio RUN Siguiente | | Jg (m/s) | | Reynold de la burbuja | |
| Detal (m) Detah (m) Csi (%P/P) Limpiar ventana Inicio RUN Siguiente | | Jsl (m/s) | | | |
| Deltah (m) Csl (%P/P) Limpiar ventana Inicio RUN Siguiente | | Deltal (m) | | | |
| Csl (%P/P) Limpiar ventana Inicio RUN Siguiente | | Deltah (m) | | Db = | |
| Limpiar ventana Inicio RUN Siguiente | | CsI (%P/P) | | | |
| Inicio RUN Siguiente | Limpiar ven | tana | | | |
| Inicio RUN Siguiente | | 1×. 12 | | | |
| | Inicio | | RUN | Simulanta | |
| | micio | | KON | Sigulente | |

Figura 12. Cálculo de las propiedades hidrodinámicas.

| • | CalculoK | <mark>-</mark> × | | | | | |
|--|--------------------------------------|-----------------------------------|--|--|--|--|--|
| Archivo Generar gráfica 🏻 | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| Cálculo | Cálculo de las propiedades cinéticas | | | | | | |
| Datos de entrada | Datos de entrada | | | | | | |
| Ángulo de contacto loduro d | e metileno (°) | Energía de barrera crítica (J) | | | | | |
| Ángulo de contacto en agua | (*) | H crítico (nm) | | | | | |
| Diametro de partícula (m) | | Velocidad radial promedio (m/s) | | | | | |
| Interacción de la burbuja en | el medio acuoso | Energía promedio de partícula (J) | | | | | |
| Concentración de reactivos | (moVL) | Probabilidad de adhesión | | | | | |
| Potencial zeta de la partícula | (mV) | Probabilidad de colisión | | | | | |
| Potencial zeta de la burbuja | (mV) | Probabilidad de colección | | | | | |
| Limpiar ventana Constante cinética calculada (1/s) | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| Volver | RUN | Siguiente | | | | | |
| | | | | | | | |

Figura 13. Cálculo de las propiedades cinéticas.

Por último se encuentra la ventana del diseño de la columna, donde finalmente se calculan las dimensiones del equipo, haciendo uso de los parámetros calculados previamente (ver Figura 14); la interfaz cuenta con la opción para generar un reporte completo de los datos de entrada y salida y adicionalmente un esquema simplificado de la columna de flotación.



| * | | Dimension | namiento – | • × |
|----------|----------------------------------|------------|------------------------------------|-----|
| Archivo | Reporte | | | r |
| | C'hada da l | | • | |
| | Calculo de l | las aimen: | siones de la columna | |
| - Dato | s de entrada | | – Datos de salida | |
| | Número de columnas | | Velocidad de la partícula (m/s) | |
| | Carrying Capacity (Kg/s-m*2) | | Diametro de columna (m) | |
| | Flujo másico del alimento (Kg/s) |) | Velocidad en el fondo (m/s) | |
| | Bias rate (m/s) | | Zona de colección de la columna (m |) |
| | Agua de lavado en (m/s) | | Zona de espumante de la columna (i | m) |
| | Factor bias | | Zona de fondo de la columna (m) | |
| | Rendimiento | | Altura total de la columna (m) | |
| | Limpiar ventana | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | Volver | RUI | Generar reporte | |
| | THE A HER POLY | | | |

Figura 13. Cálculo de las dimensiones de la columna.



Figura 14. Diagramas de dimensiones y flujos de la columna.

4. Conclusiones

El estudio realizado permitió el desarrollo de un nuevo algoritmo de cálculo para el diseño de columnas de flotación. El algoritmo tiene asociados dos fenómenos de flotación: (i) fenómenos hidrodinámicos y (ii) fenómenos superficiales y además se tiene en cuenta (iii) la teoría de diseño. Se tomaron muestras de cuatro tipos de carbones colombianos (Cerrejón, La Jagua, Guachinte y Nechi), extraídos del artículo [10], los cuales fueron debidamente caracterizados.



La unificación de los modelos estudiados en un mismo algoritmo de cálculo, evidenció que es posible predecir el dimensionamiento de una columna de flotación, de acuerdo a las mejores zonas de operación y al porcentaje de recuperación que se desee.

Se estableció la importancia de la introducción de los parámetros químicos de superficie, encontrándose por medio del programa un avance en cuanto a la determinación de las mejores condiciones y zonas de operación de la columna de flotación, con respecto al método convencional, el cual involucra únicamente fenómenos hidrodinámicos y mediciones experimentales en el laboratorio para la determinación de parámetros cinéticos.

Contribución de autores

Conceptualización: Jorge Luis Piñeres Mendoza, Jheffry Jhosep González Gutierrez, Diana Carolina Ortiz Arroyo; Metodología: Jorge Luis Piñeres Mendoza, Jheffry Jhosep González Gutierrez, Diana Carolina Ortiz Arroyo; Análisis de Resultados: Jorge Luis Piñeres Mendoza, Jheffry Jhosep González Gutierrez, Diana Carolina Ortiz Arroyo; Redacción y Preparación del Artículo: Jorge Luis Piñeres Mendoza, Jheffry Jhosep González Gutierrez, Diana Carolina Ortiz Arroyo; Supervisión: Jorge Luis Piñeres Mendoza, Jheffry Jhosep González Gutierrez, Diana Carolina Ortiz Arroyo; Datos experimentales: Jorge Luis Piñeres Mendoza, Jheffry Jhosep González Gutierrez, Diana Carolina Ortiz Arroyo; Fuentes de Financiación: Jorge Luis Piñeres Mendoza, Jheffry Jhosep González Gutierrez, Diana Carolina Ortiz Arroyo; Gutertes de

Agradecimientos

No reportan

Referencias

- S. Banisi, J. Finch, "Technical note reconciliation of bubble size estimation methods using drift flux analysis," *Minerals Engineering* vol. 7, no. 12, pp. 1555-1559, Dec., 1994. <u>https://doi.org/10.1016/0892-6875(94)90046-9</u>
- [2] R. Yoon, L. Mao, "Application of Extended DLVO Theory, IV: Derivation of flotation rate equation from first principles," *Journal of Colloid & Interface Science* vol. 181, no. 2, pp. 613-626, Aug., 1996. <u>https://doi.org/10.1006/jcis.1996.0419</u>
- [3] G.H. Luttrell, M.J. Mankosa, R-H. Yoon, "Design and Scale Up criteria for column flotation," in "XVIII International Mineral Processing Congress – Five Volume Set", AUSIMM, 1993,. https://www.ausimm.com/publications/conference-proceedings/xviii-international-mineral-processingcongress---five-volume-set/design-and-scale-up-criteria-for-column-flotation/
- [4] M. Xu, J. Finch, "Simplification of bubble size estimation in a bubble swarm," *Journal of Colloid and Interface Science* vol. 140, no. 1, pp. 298-299, Nov., 1990. <u>https://doi.org/10.1016/0021-9797(90)90346-P</u>
- [5] J.B. Yianatos, J.A. Finch. G.S. Dobby, M. Xu, "Bubble Size Estimation in a Bubble Swarm," *Journal of Colloid and Interface Science* vol. 126, no. 1, pp. 37-44, Nov., 1988. <u>https://doi.org/10.1016/0021-9797(88)90096-3</u>
- [6] R.H. Yoon, G.H. Luttrell, "The effect of bubble size on fine particle flotation," *Mineral Processing & Extractive Metallurgy Review* vol. 5, no. 1-4, pp.101-122, Apr., 2007. <u>https://doi.org/10.1080/08827508908952646</u>



- [7] B. Schimmoller, G.H. Luttrell, R.H Yoon, "Modeling of bubble particle aggregation, Dispersion and aggregation, Fundamentals and applications," *Engineering foundation*, pp. 537-550, 1994.
- [8] G.H. Luttrell, R.H. Yoon, "A Hydrodynamic Model for Bubble-Particle Attachment," *Journal of Colloid and Interface Science* vol. 154, no. 1, pp. 129-137, Nov., 1992. <u>https://doi.org/10.1016/0021-9797(92)90085-Z</u>
- [9] R. Hogg, T. Healy, D. Fuertaneau, "Mutual coagulation of colloidal dispersions," *Transactions on the Faraday Society* vol. 62, pp. 1638-1651, 1965. <u>https://doi.org/10.1039/TF9666201638</u>
- [10] J. Piñeres, J. Barraza, "Energy barrier of aggregates coal particle–bubble through the extended DLVO theory," *International Journal of Mineral Processing* vol. 100, no. 1-2, pp. 14-20, Jul., 2011. https://doi.org/10.1016/j.minpro.2011.04.007
- [11] J. Piñeres, J. Barraza, "Effect of pH, air velocity and frother concentration on combustible recovery, ash and sulphur rejection using column flotation," *Fuel Processing Technology* vol. 97, pp. 30-37, May., 2012. https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2012.01.004